როგორ მოვემზადოთ 2015 წლის ერთიანი ეროვნული გამოცდებისთვის

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ ა

თბილისი

სარჩევი

შესავალი

2014 წელს საქართველოში ჩატარდა ერთიანი ეროვნული გამოცდები. აბიტურიენტები უმაღლეს სასწავლებლებში გამოცდების შედეგების მიხედვით ჩაირიცხნენ.

მათემატიკის გამოცდა მიზნად ისახავდა საგამოცდო პროგრამაში ასახული მასალის ცოდნისა და ამ ცოდნის პრაქტიკული გამოყენების უნარის შემოწმებას. წერითი ნამუშევრები გასწორდა ცენტრალიზებულად, შეფასების უნიფიცირებული კრიტერიუმებით.

ქვემოთ გთავაზობთ 2014 წლის საგამოცდო ტესტის პირველ ვარიანტს შეფასების სქემასთან ერთად.

2014 წლის ეროვნული გამოცდის მათემატიკის ტესტი შედგებოდა 40 ამოცანისგან. აქედან პირველი 30 ამოცანიდან თითოეულს თან ახლდა 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთი იყო სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდებოდა 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერებოდა სწორი პასუხის მითითებისთვის. ოცდამეთერთმეტე ამოცანიდან მეორმოცეს ჩათვლით ამოცანები ღია ტიპის იყო. აღნიშნულ ამოცანებში დადებითი შეფასების მისაღებად საკმარისი არ იყო მხოლოდ სწორი პასუხის მითითება - აუცილებელია ამოცანის ამოხსნის სრული გზის ჩაწერაც. ღია ტიპის ამოცანებიდან პირველი ოთხი ამოცანა ფასდებოდა 2 ქულით, შემდეგი სამი ამოცანა - 3 ქულით, ხოლო ბოლო სამი ამოცანა - 4 ქულით. საგამოცდო ტესტის მაქსიმალური ქულა იყო 59. მინიმალური კომპეტენციის გადასალახად აბიტურიენტს უნდა მოეგროვებინა არანაკლებ 15 ქულისა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 25%-ზე მეტი).

2015 წლის ეროვნული გამოცდების მათემატიკის ტესტის ფორმატში არ არის დაგეგმილი ცვლილებების შეტანა.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება აბიტურიენტებს უკეთ მოემზადონ მათემატიკის გამოცდისთვის.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186
მინდელის ქ. 9

გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგამოცდო პროგრამა

საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში შედგენილია შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფისა და ცენტრთან არსებული საკონსულტაციო საბჭოს მიერ, რომლის შემადგენლობაში შედიოდნენ წარმომადგენლები უმაღლესი სასწავლებლებიდან და კვლევითი ინსტიტუტებიდან.

საგამოცდო პროგრამა ეფუძნება მათემატიკის ეროვნულ სასწავლო გეგმას.

საგამოცდო პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოეთხოვება აბიტურიენტს. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რა დონეზე მოეთხოვება აბიტურიენტს შესაბამისი საკითხის ცოდნა. თუ მარჯვენა სვეტი ცარიელია, მაშინ აბიტურიენტს შესაბამისი ცნების ან თეორემის მხოლოდ ცოდნა და გამოყენება მოეთხოვება.

2015 წლის საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში

ალგებრა

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიმრავლეები. ოპერაციები სიმრავლეებზე.	სიმრავლეთა თანაკვეთა, გაერთიანება, სიმრავლის დამატება; ვენის დიაგრამები.
2	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვე-ბი. გამყოფი და ჯერადი.	არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებ-ზე.
		რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად.
		რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა.
		2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშ-ნები.
		ნაშთიანი გაყოფა.
3	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
4	რაციონალური რიცხვები. წილადები და ათწილადები.	რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტი-კული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. მთელი რიცხვებისა და ათწილადების დამრგვალება.
5	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	ნამდვილი რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები მათზე.
6	რიცხვითი ღერძი.	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბა-მისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
7	რიცხვითი შუალედები.	რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა.
8	რიცხვის მოდული.	რიცხვის მოდულის გეომეტრიული აზრი.
9	ნატურალური რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.	ათობით პოზიციურ სისტემაში მოცემული რიცხვების ჩაწერა ორობითში და პირიქით.
10	პროპორცია.	პროპორციის ძირითადი თვისება, პროპორციის უცნო-ბი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით. პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
11	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით. ორი რიცხვის ფარდობის პროცენტული გამოსახვა.
12	რამდენიმე რიცხვის არითმეტი-კული საშუალო.	
13	ხარისხი ნატურალური და მთელი მაჩვენებლით.	ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ახარისხება. ტოლფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	ერთწევრი და მრავალწევრი.	მრავალწევრების შეკრება, გამოკლება და გამრავლება.
15	შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.	$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$, $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$.

16	მრავალწევრის დაშლა მამრავლებად.	საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა, დაჯგუფების ხერხი, მამრავლებად დაშლა შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით.
17	რაციონალური გამოსახულება.	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
18	n – ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
19	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი.	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები.
20	ალგებრული გამოსახულება.	ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლა.
21	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ნამრავლის, შეფარდებისა და ხარისხის ლოგარითმი. ლოგარითმში ფუძის შეცვლის ფორმულა.
22	მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა სიბრტყესა და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის და სამეულის გამოსახვა შესაბამისად საკოორდინატო სიბრტყესა და საკოორდინატო სივრცეში. ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა.
23	ფუნქცია. ფუნქციის გრაფიკი. ფუნქციათა კომპოზიცია.	ფუნქციის განსაზღვრის არე. ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ფუნქციის ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა. ფუნქციათა კომპოზიცია. პარამეტრის შემცველი ფუნქციები.
		ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით. ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისთვის.
24	კუთხის გრადუსული და რადიანული ზომა.	კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
25	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის: მნიშვნელობები $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}$ არგუმენტებისთვის; ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა, ლუწობა და კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის.
		დაყვანის ფორმულები.
		ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის.

26	განტოლება, განტოლებათა სისტემა.	განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.
27	ერთუცნობიანი წრფივი განტოლებები.	წრფივი განტოლების ამოხსნა.
28	ერთუცნობიანი კვადრატული განტოლებები.	დისკრიმინანტი.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა.
		ვიეტის თეორემა. ვიეტის თეორემის შებრუნებული თეორემა.
29	კვადრატული სამწევრი.	კვადრატული სამწევრის ფესვები. კვადრატული სამწევრის დაშლა წრფივ მამრავლებად.
30	ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები.	ისეთი ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა, რომელშიც ერთი განტოლება წრფივია, ხოლო მეორე განტოლების ხარისხი არ აღემატება ორს.
31	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის შედგენაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის გამოყენებით.
32	რიცხვითი უტოლობები.	რიცხვითი უტოლობების თვისებები.
33	უტოლობა, უტოლობათა სისტემა.	უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ორუცნობიანი წრფივი უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნის წარმოდგენა საკოორდინატო სიბრტყეზე. ტოლფასი უტოლობები.
34	ერთუცნობიანი უტოლობები და უტოლობათა სისტემები.	ერთუცნობიანი წრფივი, კვადრატული და რაციონალური უტოლობების და უტოლობათა სისტემების ამოხსნა.
35	წრფივი, კვადრატული, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული ფუნქციები და მათი გრაფიკები.	$y=kx+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=x^3$, $y=\sqrt{x}$, $y=\frac{k}{x}$, $y=a^x$, $y=\log_a x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$ ფუნქციების განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობისა და კლებადობის შუალედები.
36	ირაციონალური განტოლებები.	ერთუცნობიან წრფივ და კვადრატულ განტოლებებზე დაყვანადი ირაციონალური განტოლების ამოხსნა.
37	მაჩვენებლიანი განტოლებები და უტოლობები.	მაჩვენებლიანი განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნა.
38	ლოგარითმული განტოლებები და უტოლობები.	ლოგარითმული (არაცვლადფუძიანი) განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნა.
39	ტრიგონომეტრიული განტოლებები.	$\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$ სახის განტოლებების ამოხსნა.
40	რიცხვითი მიმდევრობა.	მიმდევრობის $n-$ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.

41	არითმეტიკული პროგრესია.	არითმეტიკული პროგრესიის $n-$ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
42	გეომეტრიული პროგრესია.	გეომეტრიული პროგრესიის $n-$ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა რიცხვი; ჯუფდებათა რიცხვი; წყობათა რიცხვი.

გეომეტრია

პლანიმეტრია

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა.	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი. ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამე წრფით გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები. წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი. მრავალკუთხედის პერიმეტრი.	
10	ამოზნექილი მრავალკუთხედი.	ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
11	სამკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე.	

12	სამკუთხედის კუთხეები.	სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება.
13	სამკუთხედების ტოლობა.	სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
14	სამკუთხედის უტოლობა.	
15	დამოკიდებულებანი სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის.	სამკუთხედში დიდი გვერდის (კუთხის) პირდაპირ დიდი კუთხე (გვერდი) ძევს.
16	სამკუთხედის მედიანა.	სამკუთხედის მედიანების თვისება (სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და თითოეული მათგანი გადაკვეთის წერტილით 2:1 შეფარდებით იყოფა წვეროს მხრიდან).
17	სამკუთხედის ბისექტრისა.	სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება (სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდს მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად ყოფს).
18	სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა სამკუთხედები.	
19	ტოლფერდა სამკუთხედი.	ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები (ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია; ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე ერთმანეთს ემთხვევა).
20	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტის თვისება.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებსა და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
21	პითაგორას თეორემა.	
22	თალესის თეორემა.	
23	სამკუთხედის შუახაზი.	სამკუთხედის შუახაზის თვისებები.
24	სამკუთხედების მსგავსება.	სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები.
		მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება.
25	სინუსების თეორემა.	
26	კოსინუსების თეორემა.	
27	სამკუთხედების ამოხსნა.	

28	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
29	რომბი.	რომბის დიაგონალების თვისებები.
30	მართკუთხედი, კვადრატი.	მართკუთხედის დიაგონალების ტოლობა.
31	ტრაპეცია და მისი ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე. ტრაპეციის შუახაზი.	ტრაპეციის შუახაზის თვისებები.
32	ტრაპეციის კერძო სახეები: ტოლფერდა ტრაპეცია, მართკუთხა ტრაპეცია.	
33	ტოლფერდა ტრაპეცია.	ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
34	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია;
35	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამისა და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
36	წრეწირი, წრე და მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.	რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
		რიცხვი π .
		წრეწირის და მისი რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.
		ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.
37	ცენტრალური და ჩახაზული კუთხეები.	ერთსა და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული და ცენტრალური კუთხეების სიდიდეებს შორის ურთიერთდამოკიდებულება.
38	წრეწირის მხები და მკვეთი.	წრეწირის მხების თვისება.
		წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული ორი მხები მონაკვეთის ტოლობა. ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები.
39	სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირები.	სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა; სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა.
		სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოთვლა (მაგალითად, ფორმულებით: $r=\frac{2S}{a+b+c}$, $R=\frac{abc}{4S}$, $R=\frac{a}{2\sin A}$).

40	წესიერი მრავალკუთხედები. წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირები.	წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება ($r=\frac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{180^\circ}{n}}$, $R=\frac{a}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$).
41	წესიერი მრავალკუთხედების ფართობი.	წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები მასში ჩახაზული, მასზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსებისა და მრავალკუთხედის გვერდის საშუალებით.
42	წრიული სექტორისა და წრის ფართობი.	წრიული სექტორის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე.	ცენტრული სიმეტრია. სიმეტრიის ცენტრი. ფიგურის სიმეტრიულობა წერტილის მიმართ.
		ღერძული სიმეტრია. სიმეტრიის ღერძი. ფიგურის სიმეტრიულობა ღერძის მიმართ.
		პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წერტილის გარშემო.

სტერეომეტრია

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	
2	წრფეთა ურთიერთგანლაგება სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი.
3	წერტილის, წრფის, მონაკვეთის ორთოგონალური დაგეგმილება სიბრტყეზე.	
4	წრფისა და სიბრტყის მართობულობა.	წრფისა და სიბრტყის ურთიერთმართობულობის ნიშანი.
5	წრფისა და სიბრტყის პარალელობა.	წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
6	სიბრტყეთა პარალელობა.	ორი სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
7	კუთხე სიბრტყეებს შორის.	
8	სიბრტყეთა მართობულობა.	ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
9	მონაკვეთი, მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.	სამი მართობის თეორემა.
10	კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის.	
11	ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა.	
12	მრავალწახნაგა და მისი ელემენტები (წვერო, წიბო, წახნაგი).	

13	პრიზმა და მისი ელემენტები (ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი).	
14	პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი). მართი პრიზმის დიაგონალური კვეთა.	
15	პირამიდა და მისი ელემენტები (წვერო, გვერდითი წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე).	
16	წესიერი პირამიდა. აპოთემა.	
17	ცილინდრი და მისი ელემენტები (რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე, ცილინდრის ღერძი). ცილინდრის ღერძული კვეთა.	
18	კონუსი და მისი ელემენტები (წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე). კონუსის ღერძული კვეთა.	
19	ბირთვი, სფერო და მათი ელემენტები (ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი).	
20	ბირთვის მხები სიბრტყე. ბირთვის კვეთა სიბრტყით.	
21	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი ნაწილების მოცულობათა ჯამის ტოლია;
		კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
		სფეროს ზედაპირის ფართობისა და ბირთვის მოცულობის გამოთვლა.
22	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრისა და კონუსის შლილები.	ამ ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.
23	ვექტორები სიბრტყესა და სივრცეში.	ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება. ვექტორთა სკალარული ნამრავლი. კუთხე ორ ვექტორს შორის. ვექტორის სიგრძე.
		ვექტორებისა და მათზე მოქმედებების გამოსახვა კოორდინატებში.

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	მონაცემების თვალსაჩინოდ წარმოდგენის ხერხები.	წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი და წრიული დიაგრამები. მასშტაბი. სკალა.
2	მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები.	სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე, საშუალო, მედიანა, მოდა, გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა.
3	ალბათობის თეორიის ელემენტები.	ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები; საწინააღმდეგო ხდომილობა; დამოუკიდებელი ხდომილობები. ალბათობის კლასიკური განსაზღვრება. ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა.
		ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$; დამოუკიდებელ ხდომილობათა ნამრავლის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
		გეომეტრიული ალბათობა (მონაკვეთსა და ბრტყელ ფიგურაზე).

ზომის ერთეულები

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიგრძის ერთეულები.	მილიმეტრი (მმ), სანტიმეტრი (სმ), დეციმეტრი (დმ), მეტრი (მ), კილომეტრი (კმ).
		კავშირი სიგრძის ერთეულებს შორის.
2	ფართობის ერთეულები.	კვადრატული მილიმეტრი (მმ^2, კვადრატული სანტიმეტრი (სმ^2), კვადრატული დეციმეტრი (დმ^2), კვადრატული მეტრი (მ^2), ჰექტარი (ჰა), კვადრატული კილომეტრი (კმ^2).
		კავშირი ფართობის ერთეულებს შორის.
3	მოცულობის ერთეულები.	კუბური მილიმეტრი (მმ^3), კუბური სანტიმეტრი (სმ^3), კუბური დეციმეტრი (დმ^3), ლიტრი (ლ), კუბური მეტრი (მ^3).
		კავშირი მოცულობის ერთეულებს შორის.

4	მასის ერთეულები.	გრამი (გ), კილოგრამი (კგ), ცენტნერი (ც), ტონა (ტ).
		კავშირი მასის ერთეულებს შორის.
5	დროის ერთეულები.	წამი (წმ), წუთი (წთ), საათი (სთ).
		კავშირი დროის ერთეულებს შორის.
6	სიჩქარის ერთეულები.	მეტრი წამში (მ/წმ), მეტრი წუთში (მ/წთ), კილომეტრი საათში (კმ/სთ).
		კავშირი სიჩქარის ერთეულებს შორის.

საგამოცდო დავალებების ნიმუშები

I ვარიანტი

ამოცანა 1 **1 ქულა**

$\frac{3}{2}:\left(1-\frac{5}{4}\right)=$

ა) -6 ბ) $-\frac{3}{4}$ გ) $-\frac{1}{6}$ დ) $-\frac{3}{8}$

ამოცანა 2 **1 ქულა**

რა ციფრი უნდა ჩავსვათ *-ის ნაცვლად $354*67$ ჩანაწერში, რომ მიღებული რიცხვი 9-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევდეს 3-ს?

ა) 2 ბ) 3 გ) 5 დ) 7

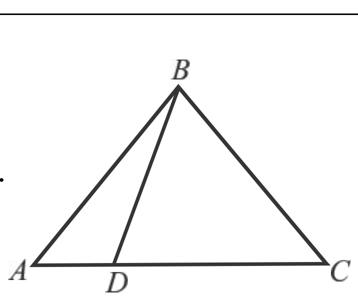
ამოცანა 3 **1 ქულა**

a რიცხვი b რიცხვზე 25%-ით მეტია. რამდენჯერ მეტია $\frac{1}{b}$ რიცხვი $\frac{1}{a}$ რიცხვზე?

ა) $\frac{4}{5}$-ჯერ ბ) $1{,}5$-ჯერ გ) $2{,}5$-ჯერ დ) $\frac{5}{4}$-ჯერ

ამოცანა 4 **1 ქულა**

ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ $\angle ABD=20°$ და $\angle DBC=60°$ (იხ. სურათი). რას უდრის $\angle BDC$?



ა) $50°$ ბ) $60°$ გ) $80°$ დ) $70°$

ამოცანა 5 **1 ქულა**

ტრაპეციის შუახაზი 2-ით ნაკლებია ტრაპეციის დიდ ფუძეზე. იპოვეთ ტრაპეციის შუა ხაზი, თუ ცნობილია, რომ ტრაპეციის მცირე ფუძე 6-ის ტოლია?

ა) 7 ბ) 8 გ) 9 დ) 10

ამოცანა 6 **1 ქულა**

თუ a და b ნატურალური რიცხვები 6-ის ჯერადია, მაშინ მათი უდიდესი საერთო გამყოფი **არ შეიძლება** იყოს

ა) 6 ბ) 12 გ) 15 დ) 18

ამოცანა 7 **1 ქულა**

$\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)^2 =$

ა) 3 ბ) 9 გ) 12 დ) $9-2\sqrt{3}$

ამოცანა 8 **1 ქულა**

ფერმერი ორ მიწის ნაკვეთს ფლობს, რომელთა ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $3:5$. მცირე ნაკვეთის $\frac{2}{3}$-ზე და დიდი ნაკვეთის $\frac{3}{5}$ ნაწილზე ფერმერმა ვაშლის ხეები დარგო. ორივე ნაკვეთის ჯამური ფართობის რა ნაწილზე დარგო ფერმერმა ვაშლის ხეები?

ა) $\frac{2}{5}$ ბ) $\frac{2}{15}$ გ) $\frac{3}{5}$ დ) $\frac{5}{8}$

ამოცანა 9 **1 ქულა**

თუ $a=2$ და $b=3$, მაშინ $\sqrt{\dfrac{a^3+b^3}{a+b}-ab}=$

ა) 1 ბ) -1 გ) $\sqrt{13}$ დ) $\sqrt{5}$

ამოცანა 10 **1 ქულა**

ქვემოთ ჩამოთვლილი სამი გამონათქვამიდან რომლებია **ყოველთვის ჭეშმარიტი**?

I) თუ ორი განსხვავებული α და β სიბრტყე m წრფის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.
II) თუ ორი განსხვავებული α და β სიბრტყე γ სიბრტყის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.
III) თუ ორი განსხვავებული m და n წრფე α სიბრტყის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია.

ა) მხოლოდ II

ბ) მხოლოდ I და II

გ) მხოლოდ I

დ) მხოლოდ II და III

ამოცანა 11 **1 ქულა**

რამდენი გრადუსით შემობრუნდება სწორად მომუშავე საათის წუთების ისარი 6 წუთში?

ა) 24° ბ) 30° გ) 36° დ) 60°

ამოცანა 12 **1 ქულა**

ერთი მუშა ერთ დღეში აშენებს კედლის $\dfrac{1}{m}$ ნაწილს. რამდენ დღეში ააშენებს მთელ კედელს k რაოდენობის მუშა?

ა) $\dfrac{1}{mk}$ ბ) $\dfrac{m}{k}$ გ) $\dfrac{k}{m}$ დ) mk

ამოცანა 13 **1 ქულა**

A არის 35–ის ყველა გამყოფის სიმრავლე, ხოლო B არის 55–ის ყველა გამყოფის სიმრავლე. იპოვეთ A და B სიმრავლეების თანაკვეთის ყველა ელემენტის ჯამი.

ა) 1 ბ) 6 გ) 13 დ) 17

ამოცანა 14 **1 ქულა**

რისი ტოლია $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის სიგრძე, თუ მოცემულია $\overrightarrow{AC}(2;\,6)$ და $\overrightarrow{BC}(-1;\,2)$ ვექტორები?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7

ამოცანა 15 **1 ქულა**

კლასში 12 გოგონა და 10 ბიჭი სწავლობს. მათემატიკის გამოცდაში გოგონების მიერ მიღებული საშუალო ქულა 6-ის, ბიჭების კი 7-ის ტოლია. რას უდრის კლასის მოსწავლეთა საშუალო ქულა?

ა) $\frac{71}{11}$ ბ) $\frac{22}{13}$ გ) $\frac{13}{2}$ დ) $\frac{62}{11}$

ამოცანა 16 **1 ქულა**

იპოვეთ $\frac{x+1}{1-x}>0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

ა) $(-1;\,1)$ ბ) $(1;\,+\infty)$ გ) $(-1;\,1)\cup(1;\,+\infty)$ დ) $(-\infty;\,-1)\cup(1;\,+\infty)$

ამოცანა 17 1 ქულა

ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელია კენტი ფუნქცია ნამდვილ რიცხვთა ღერძზე განსაზღვრული ყოველი f ფუნქციისთვის?

ა) $y=f\left(x^3\right)$ ბ) $y=f(x)+f(-x)$ გ) $y=f(-x)$ დ) $y=f(x)-f(-x)$

ამოცანა 18 1 ქულა

ლიამ და სოფომ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად შემთხვევით ამოირჩიეს თითო ნატურალური რიცხვი ერთიდან ათის ჩათვლით (შესაძლებელია ორივემ ამოირჩიოს ერთი და იგივე რიცხვი). რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ მათ მიერ დასახელებული რიცხვების ნამრავლი **არ იქნება** სამის ჯერადი?

ა) $0,21$ ბ) $0,49$ გ) $0,51$ დ) $0,9$

ამოცანა 19 1 ქულა

f ფუნქცია განსაზღვრულია ტოლობით $f(x)=\sqrt{x}+2$. იპოვეთ $f\left(\frac{a}{4}\right)$, თუ $f(a)=6$.

ა) -1 ბ) $\frac{3}{2}$ გ) 2 დ) 4

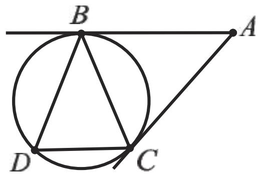
ამოცანა 20 1 ქულა

ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი წარმოადგენს ბლაგვი კუთხის ბისექტრისას. რისი ტოლია ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი ფუძეების სიგრძეები 3-ის და 5-ის ტოლია?

ა) $12,5$ ბ) $6\sqrt{15}$ გ) 12 დ) $8\sqrt{6}$

ამოცანა 21 **1 ქულა**

A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AB და AC მხებები (იხ.სურათი). რისი ტოლია DBC კუთხის სიდიდე, თუ $AB \parallel CD$ და $\angle BAC = 40°$?



ა) 30° ბ) 35° გ) 40° დ) 50°

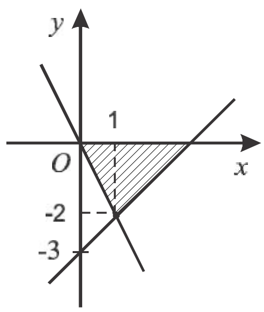
ამოცანა 22 **1 ქულა**

იპოვეთ $x+y$, თუ x და y **ნატურალური** რიცხვები აკმაყოფილებს ტოლობას $y+\frac{1}{x}=\frac{25}{3}$.

ა) 11 ბ) 15 გ) 22 დ) 28

ამოცანა 23 **1 ქულა**

სურათზე მოცემული მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ, ქვემოთ მოყვანილი უტოლობათა სისტემებიდან რომლის ამონახსნთა სიმრავლეა დაშტრიხული საკოორდინატო სიბრტყეზე.



ა) $\begin{cases} y \le x-3 \\ 2y+x \ge 0 \\ y \le 0 \end{cases}$ ბ) $\begin{cases} y+3 \le x \\ 2x \ge y \\ x \ge 0 \end{cases}$ გ) $\begin{cases} x \le y+3 \\ y+2x \ge 0 \\ y \le 0 \end{cases}$ დ) $\begin{cases} y-x \ge -3 \\ y-2x \ge 0 \\ x \ge 0 \end{cases}$

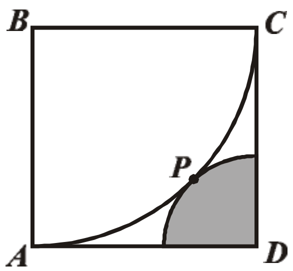
ამოცანა 24 **1 ქულა**

ABC სამკუთხედში $\angle A = 30°$, $\angle B = 45°$ და $AC + BC = 18\left(1+\sqrt{2}\right)$. რას უდრის BC გვერდის სიგრძე?

ა) 9 ბ) $9\sqrt{2}$ გ) 18 დ) $18\sqrt{2}$

ამოცანა 25 **1 ქულა**

მოცემულია $ABCD$ კვადრატი. კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლი რადიუსით B წვეროდან შემოხაზულია წრეწირი, რომელიც D წვეროდან შემოხაზულ წრეწირს P წერტილში ეხება (იხ. ნახაზი). იპოვეთ ნახაზზე გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ კვადრატის გვერდი 2 სმ-ის ტოლია.



ა) $\left(4-2\pi\right)$ სმ ^{2} ბ) $\pi\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ სმ ^{2} გ) π სმ ^{2} დ) 2π სმ ^{2}

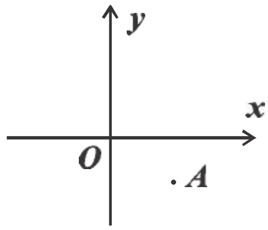
ამოცანა 26 **1 ქულა**

$\log_3 45 =$

ა) $1+\log_3 5$ ბ) $2+\log_3 5$ გ) $3\log_3 5$ დ) $2\log_3 5$

ამოცანა 27 **1 ქულა**

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში მოცემულია $A(4; -3)$ წერტილი. B წერტილი მიიღება A წერტილის მობრუნებით O წერტილის გარშემო $90°$-ით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები.



ა) $(-5; -3)$ ბ) $(-4; -3)$ გ) $(-3; -4)$ დ) $(-3; -5)$

ამოცანა 28 **1 ქულა**

რიცხვითი მიმდევრობის n-ური წევრი განსაზღვრულია ფორმულით $a_n = 3n^2 - 40n + 10$. იპოვეთ ამ მიმდევრობის უმცირესი წევრის ნომერი.

ა) 6 ბ) 7 გ) 8 დ) 9

ამოცანა 29 **1 ქულა**

იპოვეთ $f(x) = 3^{\cos x}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე, თუ $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

ა) $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ ბ) $\left[1; \sqrt{3}\right]$ გ) $(0; 3]$ დ) $[1; 3]$

ამოცანა 30 **1 ქულა**

კონუსის ფუძის ფართობია 16π, ხოლო ღერძული კვეთა წარმოადგენს წესიერ სამკუთხედს. რას უდრის ამ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

ა) $12\sqrt{3}\pi$ ბ) 18π გ) 32π დ) 48π

ამოცანა 31 **2 ქულა**

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 2y = 3 \end{cases}.$$

ამოცანა 32 **2 ქულა**

ავტომობილი A ქალაქიდან B ქალაქში ჩადის 3 საათში. რამდენ საათში გაივლის ის იმავე გზას, თუ სიჩქარეს 20% -ით გაზრდის?

ამოცანა 33 **2 ქულა**

ტოლფერდა სამკუთხედის ფართობია 7, ხოლო ფუძის სიგრძე 4-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფერდი.

ამოცანა 34 **2 ქულა**

ამოხსენით უტოლობა: $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5} < 4$.

ამოცანა 35 **3 ქულა**

დადებითი რიცხვებისგან შედგენილი არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა $\frac{11}{6}$-ია, ხოლო ყველა წევრის ჯამი 132-ის ტოლია. იპოვეთ პროგრესიის წევრთა რაოდენობა, თუ ცნობილია, რომ პროგრესიის ბოლო წევრი სამჯერ მეტია მის პირველ წევრზე.

ამოცანა 36 **3 ქულა**

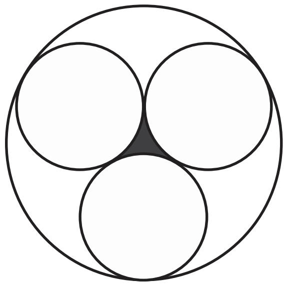
იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $5x-2ax-15=0$ განტოლების ამონახსნები ნაკლებია 3-ზე.

ამოცანა 37 **3 ქულა**

ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე A წერტილიდან ერთ-ერთ წახნაგში გადადებულია AB მონაკვეთი, რომელიც ორწახნაგა კუთხის წიბოსთან α სიდიდის კუთხეს ადგენს. იპოვეთ იმ კუთხის სინუსი, რომელსაც AB მონაკვეთი ადგენს ორწახნაგა კუთხის მეორე წახნაგთან, თუ ცნობილია, რომ ორწახნაგა კუთხის სიდიდე არის β.

ამოცანა 38 **4 ქულა**

წრეწირში, რომლის რადიუსი $2+\sqrt{3}$ -ის ტოლია, ჩახაზულია სამი ტოლი რადიუსის პატარა წრეწირი ისე, რომ თითოეული წრეწირი ეხება დანარჩენ სამ წრეწირს (იხ. სურათი). იპოვეთ სამი პატარა წრეწირით შემოსაზღვრული გამუქებული ფიგურის ფართობი.



ამოცანა 39 **4 ქულა**

ფირმას განსაზღვრული ჰქონდა 2000 ლარად გარკვეული რაოდენობის რეაქტივი ეყიდა. მომწოდებელთან მოლაპარაკების მსვლელობაში შეთანხმდნენ, რომ ფირმა იყიდდა 200კგ-ით მეტ რეაქტივს, ვიდრე დაგეგმილი ჰქონდა და რეაქტივის თითოეულ კილოგრამში 3 ლარით ნაკლებს გადაიხდიდა. შედეგად ფირმამ რეაქტივში 4000 ლარი გადაიხადა. რამდენი ლარი გადაიხადა ფირმამ ერთ კილოგრამ რეაქტივში?

ამოცანა 40 **4 ქულა**

იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$\sin\left(\sqrt{ax-x^2}\right)=0$$

განტოლების ყველა ამონახსნის ჯამი 100-ის ტოლია.

I ვარიანტის პასუხები და შეფასების სქემები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ა	გ	დ	დ	ბ	გ	ა	დ	ა	ა	გ	ბ	ბ	ბ	ა

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ა	დ	ბ	დ	დ	გ	ა	გ	გ	ბ	ბ	გ	ბ	დ	გ

31	32	33	34	35
$x_1=2,\ y_1=-\frac{1}{2};$ $x_2=-2,\ y_2=-\frac{5}{2}$	2,5 სთ	$\frac{\sqrt{65}}{2}$	$\left(-\frac{7}{3};+\infty\right)$	9

36	37	38	39	40
$a\in(-\infty;\,0)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$	$\sin\alpha\cdot\sin\beta$	$3\sqrt{3}-\frac{3\pi}{2}$	12 ლარი	$a=25$

ამოცანა 31 **2 ქულა**

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} x^2-4=0 \\ x-2y=3 \end{cases}.$$

ამოხსნა

პირველი განტოლებიდან გვექნება $x_1=2,\ x_2=-2$, მეორე განტოლებიდან ვიპოვით

$y_1=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}$, $y_2=\frac{-2-3}{2}=-\frac{5}{2}$

პასუხი: $x_1=2,\ y_1=-\frac{1}{2};\ x_2=-2,\ y_2=-\frac{5}{2}$

ამოხსნის ეტაპები

ა) ერთუცნობიანი განტოლების ამოხსნა; ან განტოლებათა სისტემის ამონახსნთა ერთი წყვილის პოვნა;
ბ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ა, ბ.

ამოცანა 32 **2 ქულა**

ავტომობილი A ქალაქიდან B ქალაქში ჩადის 3 საათში. რამდენ საათში გაივლის ის იმავე გზას, თუ სიჩქარეს 20% -ით გაზრდის?

ამოხსნა

ვთქვათ ავტომობილის სიჩქარეა v კმ/სთ, მაშინ A ქალაქიდან B ქალაქამდე მანძილი იქნება $3v$ კმ. ავტომობილის სიჩქარე გაზრდის შემდეგ გახდება $1,2v$ კმ/სთ, ამიტომ A ქალაქიდან B ქალაქამდე მანძილის გასავლელად ავტომობილს დასჭირდება $\frac{3v}{1,2v}=\frac{5}{2}$სთ .

პასუხი: 2,5 სთ

ამოხსნის ეტაპები

ა) ავტომობილის სიჩქარის დაკავშირება ქალაქებს შორის მანძილთან (მაგ. $S=3v$); ან გაზრდილი სიჩქარის დაკავშირება საწყის სიჩქარესთან (მაგ. $1,2v$).
ბ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ა, ბ.

ამოცანა 33 **2 ქულა**

ტოლფერდა სამკუთხედის ფართობია 7, ხოლო ფუძის სიგრძე 4-ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფერდი.

ამოხსნა

მოცემული სამკუთხედისთვის დავწეროთ ფართობის გამოსათვლელი გამოსახულება $S=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot h$, სადაც h არის ფეძეზე დაშვებული სიმაღლე, ე.ი $h=\frac{7\cdot 2}{4}=\frac{7}{2}$. ეს სიმაღლე მოცემულ სამკუთხედს ყოფს ორ ტოლ მართკუთხა სამკუთხედად, პითაგორას თეორემის თანახმად ფერდის სიგრძე ტოლი იქნება $\sqrt{2^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$

პასუხი: $\frac{\sqrt{65}}{2}$

ამოხსნის ეტაპები

ა) სამკუთხედის სიმაღლის გამოთვლა.
ბ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა -ა, ბ.

ამოცანა 34 **2 ქულა**

ამოხსენით უტოლობა: $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5} < 4$.

ამოხსნა

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5} < 2^2 \Leftrightarrow (2)^{-3x-5} < 2^2 \Leftrightarrow -3x-5<2 \Leftrightarrow x>-\frac{7}{3}$$

პასუხი: $\left(-\frac{7}{3};\,+\infty\right)$

ამოხსნის ეტაპები

ა) უტოლობის ორივე მხარის ერთ ფუძეზე დაყვანა; ან ერთუცნობიანი წრფივი უტოლობის მიღება;
ბ) პასუხი

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ა, ბ.

ამოცანა 35 **3 ქულა**

დადებითი რიცხვებისგან შედგენილი არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა $\frac{11}{6}$-ია, ხოლო ყველა წევრის ჯამი 132-ის ტოლია. იპოვეთ პროგრესიის წევრთა რაოდენობა, თუ ცნობილია, რომ პროგრესიის ბოლო წევრი სამჯერ მეტია მის პირველ წევრზე.

ამოხსნა

ვთქვათ არითმეტიკული პროგრესიაა $a,\ a+d,...,a+(n-1)d$, მაშინ $a+(n-1)d=3a,\ (n-1)d=2a$ და $S=\dfrac{a+a+(n-1)d}{2}n=dn(n-1)=\dfrac{11}{6}n(n-1)=132$. აქედან $n(n-1)=72$, საიდანაც $n=9$.

პასუხი: 9

ამოხსნის ეტაპები

ა) დააკავშირა ერთმანეთთან არითმეტიკული პროგრესიის პირველი/ბოლო წევრი და წევრთა რაოდენობა;

ბ) მიიღო ერთუცნობიანი განტოლება პროგრესიის წევრთა რაოდენობის ან პროგრესიის პირველი/ბოლო წევრის მიმართ;

გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.
2 ქულა - ა, ბ.
3 ქულა - ა, ბ, გ.

ამოცანა 36 **3 ქულა**

იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $5x-2ax-15=0$ განტოლების ამონახსნები ნაკლებია 3-ზე.

ამოხსნა

მოცემული განტოლება ტოლფასია $(5-2a)x=15$ განტოლების. განტოლებას ამონახსნი გააჩნია, როცა $a\neq\dfrac{5}{2}$. ამ დროს $x=\dfrac{15}{5-2a}$ და ამოცანის პირობა გვაძლევს:

$\dfrac{15}{5-2a}<3 \ \Leftrightarrow\ \dfrac{6a}{2\left(a-\dfrac{5}{2}\right)}>0$. ამ უკანასკნელი უტოლობის ამონახსენთა სიმრავლეა

$a\in(-\infty;\ 0)\cup\left(\dfrac{5}{2};\ +\infty\right)$.

პასუხი: $a\in(-\infty;\ 0)\cup\left(\dfrac{5}{2};\ +\infty\right)$

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოსახა განტოლების ამონახსნი a პარამეტრის საშუალებით;

ბ) შეადგინა საჭირო უტოლობა (მაგ. $\frac{15}{5-2a}<3$);

გ) მიიღო პასუხი.

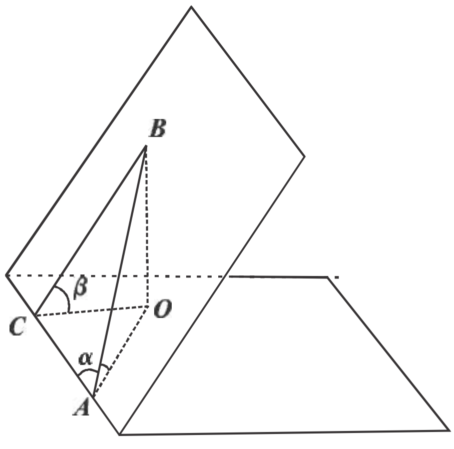
შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.
2 ქულა - ა, ბ.
3 ქულა - ა, ბ, გ.

ამოცანა 37 **3 ქულა**

ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე A წერტილიდან ერთ-ერთ წახნაგში გადადებულია AB მონაკვეთი, რომელიც ორწახნაგა კუთხის წიბოსთან α სიდიდის კუთხეს ადგენს. იპოვეთ იმ კუთხის სინუსი, რომელსაც AB მონაკვეთი ადგენს ორწახნაგა კუთხის მეორე წახნაგთან, თუ ცნობილია, რომ ორწახნაგა კუთხის სიდიდე არის β .

ამოხსნა



B წერტილიდან ორწახნაგა კუთხის წიბოზე და მეორე წახნაგზე დავუშვათ შესაბამისად BC და BO მართობები. მაშინ, $\angle BAC=\alpha$ და $\angle BCO=\beta$.

BCA და BOC მართკუთხა სამკუთხედებიდან ვღებულობთ: $BC=AB\cdot\sin\alpha$ და $BO=BC\cdot\sin\beta$.

BAO მართკუთხა სამკუთხედიდან გვაქვს

$\sin\angle BAO=\frac{BO}{BA}$. წინა ტოლობების გათვალისწინებით

ვღებულობთ: $\sin\angle BAO=\frac{BO}{AB}=\frac{BC\cdot\sin\beta}{AB}=\sin\alpha\cdot\sin\beta$.

პასუხი: $\sin\alpha\cdot\sin\beta$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) ნახაზის აგება α და β კუთხეების მითითებით;

ბ) $BC=AB\cdot\sin\alpha$ ან $BO=BC\cdot\sin\beta$ ან $\sin\angle BAO=\frac{BO}{BA}$ ტოლობების მიღება;

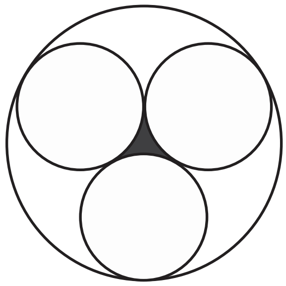
გ) ABO სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძის დაკავშირება მოცემული α და β კუთხეების საშუალებით;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

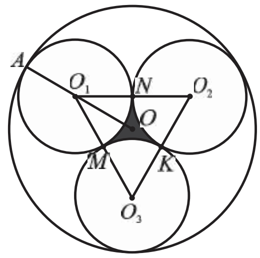
1 ქულა - ა ან ბ.
2 ქულა - ა, გ.
3 ქულა - გ, დ.

ამოცანა 38 **4 ქულა**



წრეწირში, რომლის რადიუსი $2+\sqrt{3}$ -ის ტოლია, ჩახაზულია სამი ტოლი რადიუსის პატარა წრეწირი ისე, რომ თითოეული წრეწირი ეხება დანარჩენ სამ წრეწირს (იხ. სურათი). იპოვეთ სამი პატარა წრეწირით შემოსაზღვრული გამუქებული ფიგურის ფართობი.

ამოხსნა



საძიებელი ფართობი აღვნიშნოთ S -ით. მაშინ $S = S_{\triangle O_1O_2O_3} - 3S_{\text{სექტ.}\, O_1MN}$. პატარა წრეწირის რადიუსი აღვნიშნოთ r -ით. დიდი წრეწირის O ცენტრი წარმოადგენს $O_1O_2O_3$ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრს.

$2\cdot OO_1 = \dfrac{O_1O_2}{\sin 60^\circ} = \dfrac{2r}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{4r}{\sqrt{3}} \Rightarrow OO_1 = \dfrac{2r}{\sqrt{3}}$. მეორეს მხრივ,

$OO_1 = OA - O_1A = 2+\sqrt{3} - r$.

$$2+\sqrt{3}-r = \frac{2r}{\sqrt{3}} \Rightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)r = \left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}.$$

$$S_{\triangle O_1O_2O_3} = \frac{(2r)^2\sqrt{3}}{4} = r^2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\ .$$

$$S_{\text{სექტ.}\, O_1MN} = \frac{\pi r^2}{6} = \frac{\pi}{2}.$$

$$S = r^2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}r^2 = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2 = 3\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}.$$

პასუხი: $3\sqrt{3} - \dfrac{3\pi}{2}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) საძიებელი ფიგურის ფართობი წარმოადგინა წრიული სექტორების და სამკუთხედის ფართობების კომბინაციის სახით (მაგ. $S = S_{\triangle O_1O_2O_3} - 3S_{\text{სექტ.}\, O_1MN}$);

ბ) შენიშნა რომ სამკუთხედი $O_1O_2O_3$ ტოლგვერდაა და მიუთითა მისი გვერდი $O_1O_2 = 2r$;

გ) დაწერა ტოლობა, რომლისგანაც შესაძლებელია პატარა წრეწირის რადიუსის პოვნა (მაგ. $2+\sqrt{3}-r = \dfrac{2r}{\sqrt{3}}$);

დ) გამოთვალა $O_1O_2O_3$ სამკუთხედის ფართობი;

ე) გამოთვალა O_1MN სექტორის ფართობი;

ვ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა ან ბ.
2 ქულა - გ;
3 ქულა - გ, დ; ან გ, ე.
4 ქულა - გ, დ, ე, ვ.

ამოცანა 39 **4 ქულა**

ფირმას განსაზღვრული ჰქონდა 2000 ლარად გარკვეული რეაქტივი ეყიდა. მომწოდებელთან მოლაპარაკების მსვლელობაში შეთანხმდნენ, რომ ფირმა იყიდდა 200კგ-ით მეტი რეაქტივს ვიდრე დაგეგმილი ჰქონდა და რეაქტივის თითოეულ კილოგრამში 3 ლარით ნაკლებს გადაიხდიდა. შედეგად ფირმამ რეაქტივში 4000 ლარი გადაიხადა. რამდენი ლარი გადაიხადა ფირმამ ერთ კილოგრამ რეაქტივში?

ამოხსნა

ვთქვათ 1კგ რეაქტივი თავდაპირველად x ლარი ღირდა. მაშინ ფირმა 2000 ლარად გეგმავდა $\frac{2000}{x}$ კგ რეაქტივის ყიდვას. ფასდაკლების შედეგად 1კგ რეაქტივის ფასი გახდა $x-3$ ლარი და 4000 ლარად ფირმამ $\frac{4000}{x-3}$ კგ რეაქტივი იყიდა. რადგან ნაყიდი რეაქტივის რაოდენობა დაგეგმილ რაოდენობაზე 200კგ-ით მეტია, ამიტომ

$$\frac{4000}{x-3}-\frac{2000}{x}=200.$$

ამოვხსნათ განტოლება

$$\frac{20}{x-3}-\frac{10}{x}=1, \quad x^2-13x-30=0, \quad x_1=-2, \; x_2=15, \quad x-3=12.$$

პასუხი. 12 ლარი.

ამოხსნის ეტაპები

ა) ცვლადის საშუალებით რეაქტივის ფასისა და მოცემული თანხით ნაყიდი რეაქტივის რაოდენობის დაკავშირება (მაგ. $\frac{2000}{x}$, ან $\frac{4000}{x-3}$);

ბ) ერთუცნობიანი განტოლების შედგენა;

გ) კვადრატულ განტოლებამდე დაყვანა;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.
2 ქულა - ა ბ.
3 ქულა - ა, ბ, გ.
4 ქულა - ა, ბ, გ, დ.

ამოცანა 40 **4 ქულა**

იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$\sin\left(\sqrt{ax-x^2}\right)=0$$

განტოლების ყველა ამონახსნის ჯამი 100-ის ტოლია.

ამოხსნა

$\sqrt{ax-x^2}=\pi k,\ k\geq 0.$ $\quad ax-x^2=\pi^2k^2,\ k=0,1,...$ $\quad x^2-ax+\pi^2k^2=0,\ k=0,1,...$

ამ განტოლებას ამონახსნი გააჩნია ყველა ისეთი არაუარყოფითი მთელი k-თვის, რომლისთვისაც დისკრიმინანტი $D=a^2-4\pi^2k^2\geq 0$, ანუ,

$$2\pi k\leq|a| \tag{1}$$

თუ განტოლებას k-ს რომელიმე მნიშვნელობისთვის გააჩნია დადებითი დისკრიმინანტი, მაშინ ვიეტის თეორემის ძალით შესაბამისი ამონახსნების ჯამი a-ს ტოლია, ხოლო თუ დისკრიმინანტი ნულის ტოლია, მაშინ შესაბამისი ამონახსნი $\frac{a}{2}$-ს ტოლია. ამიტომ ყველა ამონახსნის ჯამი $S=(n+1)a$, ან $S=\left(n+\frac{1}{2}\right)a$ სადაც n არის k-ს უდიდესი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც დისკრიმინანტი არაუარყოფითია. ამ ტოლობებიდან გამომდინარე a აუცილებლად რაციონალური დადებითი რიცხვი უნდა იყოს და ამიტომ დისკრიმინანტი ნული ვერ გახდება ($a\neq 2\pi k$). მეორე შემთხვევა გამოირიცხა. ამრიგად, (1)-ის გამო n წარმოადენს უდიდეს მთელ რიცხვს, რომელიც აკმაყოფილებს უტოლობას $2\pi n\leq\frac{S}{(n+1)}$, ანუ $2\pi n(n+1)\leq 100$, საიდანაც $n=3$.

ამრიგად განტოლებას გააჩნია 8 ამონახსნი ($k=0,1,2,3$), რომელთა ჯამი $4a$-ს ტოლია. ამიტომ $4a=100$, $a=25$.

პასუხი: $a=25$

ამოხსნის ეტაპები:

ა) მიიღო კვადრატული განტოლება $ax-x^2=\pi^2k^2$;

ბ) დაწერა მიღებული კვადრატული განტოლების ამოხსნადობის პირობა ($D\geq 0$), ან მიუთითა, რომ როცა ამ კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტი დადებითია, მაშინ თითოეული k-ს შესაბამისი ამონახსნების ჯამი a-ს ტოლია;

გ) მიიღო უტოლობა $2\pi n(n+1)\leq 100$, სადაც n არის k-ს უდიდესი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც დისკრიმინანტი არაუარყოფითია ან დაადგინა რომ განტოლებას გააჩნია 8 ამონახსნი;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა:

1 ქულა- ა.

2 ქულა-ა, ბ.

3 ქულა-ბ, გ.

4 ქულა-ბ, გ, დ.

პასუხების ფურცელი

აბიტურიენტებს გამოცდაზე დაურიგდებათ ტესტურ დავალებათა რვეული და პასუხების ფურცელი. ტესტურ დავალებათა რვეულში მოცემული იქნება ამოცანათა პირობები და დატოვებული იქნება თავისუფალი ადგილი შავი სამუშაოსათვის, რომელიც აბიტურიენტმა თავისი შეხედულებისამებრ შეიძლება გამოიყენოს. **აბიტურიენტის ნამუშევრის ეს ნაწილი არ შეფასდება.**

აბიტურიენტმა სწორი პასუხები და ამოხსნები უნდა გადაიტანოს პასუხების ფურცელში. ოცდამეთერთმეტე ამოცანიდან მეორმოცეს ჩათვლით აბიტურიენტმა პასუხების ფურცელში ამ ამოცანებისათვის განკუთვნილ ადგილზე უნდა ჩაწეროს ამოცანის ამოხსნა. **ამოხსნაში ნათლად უნდა ჩანდეს ამოცანის ამოხსნის გზა.**