

Тест по Математике

2015

Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам предоставляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам, не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.

Желаем успеха!

Задача 1**1 балл**

$$0,99 : 1,1 + 0,1 =$$

а) $\frac{1}{11}$

б) 1

в) 1,1

г) 9,1

Задача 2**1 балл**

Какой остаток получится при делении числа a на 8, если остаток при делении числа $27 + a$ на 8 равен 2?

а) 7

б) 5

в) 3

г) 2

Задача 3**1 балл**

В результате удешевления нефти цена одного литра бензина сократилась на 20% и составила 1,68 лари. Сколько стоил литр бензина до удешевления?

а) 2,016 лари

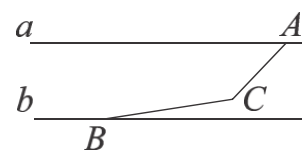
б) 2,05 лари

в) 2,1 лари

г) 2,25 лари

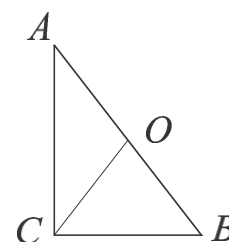
Задача 4**1 балл**

Опираясь на рисунок, найти величину угла ACB , если отрезки AC и BC составляют с параллельными прямыми a и b углы 58° и 12° , соответственно.

а) 146° б) 120° в) 46° г) 134°

Задача 5**1 балл**

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) отрезок CO является медианой. Найти длину катета AC , если $CO = CB = 5$.

а) $5\sqrt{3}$

б) 6

в) 10

г) $\sqrt{15}$

Задача 6**1 балл**

На одной остановке автобус №11 останавливается каждые 12 минут, а автобус №17 - каждые 18 минут. В некоторый момент времени эти автобусы одновременно остановились на этой остановке. Через какое наименьшее время эти автобусы встретятся на этой остановке в следующий раз?

а) Через 30 минут

б) Через 36 минут

в) Через 96 минут

г) Через 216 минут

Задача 7**1 балл**

Найти n , если $\frac{4,5}{\sqrt{n}} = \frac{9}{50}$.

а) 5

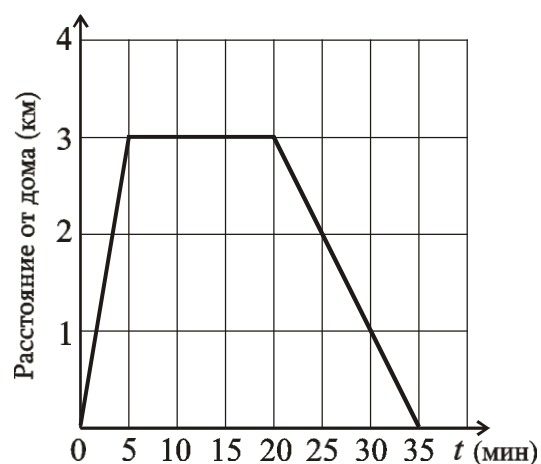
б) 225

в) 25

г) 625

Задача 8**1 балл**

После выхода из дома велосипедист доехал по спуску до магазина и после покупки продуктов по той же дороге вернулся домой. На рисунке изображен график зависимости расстояния между велосипедистом и домом от времени. По графику определить скорость движения велосипедиста на подъеме (предположите, что велосипедист движется вдоль отрезка прямой).



а) 10 км/ч

б) 15 км/ч

в) 9 км/ч

г) 12 км/ч

Задача 9**1 балл**

Если $a - b = 1$, тогда $a^3 - b^3 =$

а) 1

б) $1 + 3b + 3b^2$ в) $1 - 3b + 3b^2$ г) $1 + 2b$

Задача 10**1 балл**

Линейное уравнение $ax = b$ не имеет решения, когда

а) $a = 0$ и $b = 0$

б) $a \neq 0$

в) $b = 0$

г) $a = 0$ и $b \neq 0$

Задача 11**1 балл**

В прямоугольной системе координат найти уравнение прямой, проходящей через точки $(3; 2)$ и $(-1; -2)$.

а) $y = -x + 5$

б) $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

в) $y = x - 1$

г) $y = x^2 - x - 4$

Задача 12**1 балл**

Брат на 5 лет старше сестры. Найти сумму возрастов брата и сестры, если четыре года назад их возрасты относились как $3:2$.

а) 23

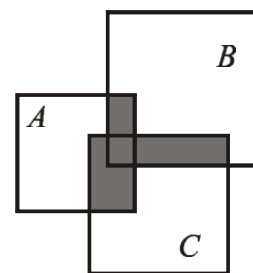
б) 27

в) 33

г) 36

Задача 13**1 балл**

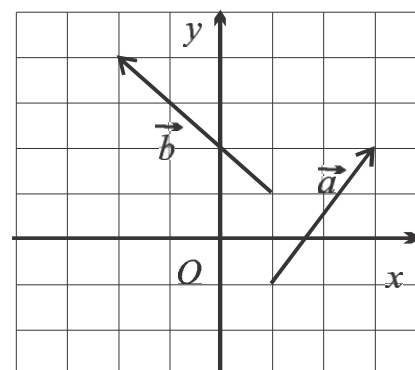
На диаграмме Венна, приведенной на рисунке, множества A , B и C изображены в виде квадратов. Какое из нижеперечисленных множеств соответствует закрашенной фигуре на этом рисунке?



- а) $A \cup (B \cap C)$
- б) $(A \cap C) \cup (A \cap B) \cup (B \cap C)$
- в) $A \cap B \cap C$
- г) $A \cup B \cup C$

Задача 14**1 балл**

На клетчатом листе, каждая клетка которой представляет собой единичный квадрат, изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , начала и концы которых лежат на вершинах клеток (см. рисунок). По рисунку определить координаты вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



- а) $(-1; 6)$
- б) $(1; 3)$
- в) $(-1; 2)$
- г) $(1; 6)$

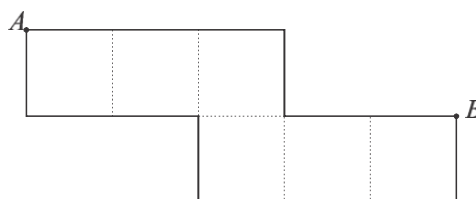
Задача 15**1 балл**

В первом классе на одного мальчика больше и на одну девочку меньше чем во втором классе. Для каждого класса на круговой диаграмме представили количество мальчиков и девочек. Найти сколько учеников в первом классе, если центральный угол сектора, соответствующего количеству девочек, на диаграмме второго класса на 30° больше, чем на диаграмме первого класса.

- а) 30 б) 6 в) 24 г) 12

Задача 16**1 балл**

На рисунке дана развертка куба объемом 1 см^3 . Найти расстояние между теми вершинами куба, которым на развертке соответствуют точки A и B .



- а) 0 см б) $\sqrt{3}$ см в) 1 см г) $\sqrt{2}$ см

Задача 17**1 балл**

На прямоугольной координатной плоскости Oxy построены графики функций $y = \log_2 x$ и $y = \log_2 \left(\frac{1}{x}\right)$. Какое из нижеперечисленных преобразований плоскости переводит график первой функции в график второй функции?

- а) Симметрия относительно оси Oy
б) Симметрия относительно оси Ox
в) Центральная симметрия относительно точки O
г) Симметрия относительно прямой $y = x$

Задача 18**1 балл**

В урне лежат 8 красных и 8 белых шаров. Из урны одновременно вынимают случайно выбранных два шара. Найти вероятность того, что выбранные шары окажутся разных цветов.

а) $\frac{7}{16}$

б) $\frac{1}{3}$

в) $\frac{1}{2}$

г) $\frac{8}{15}$

Задача 19**1 балл**

Если $f(x) = 2 - 3x$ и $g(x) = 2 - 5x$, то $f(g(x)) =$

а) $15x - 8$

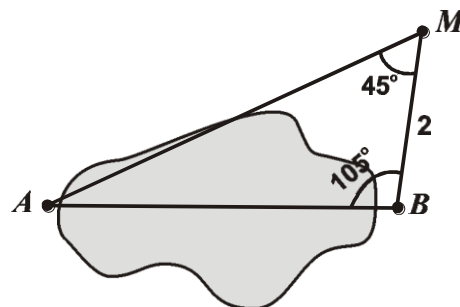
б) $4 - 8x$

в) $15x - 4$

г) $(2 - 3x)(2 - 4x)$

Задача 20**1 балл**

Для того, чтобы измерить расстояние между пунктами A и B , расположенными на берегу озера, измерили расстояние от точки M до пункта B и углы AMB и ABM . Найти расстояние AB , если $MB = 2$ км, $\angle AMB = 45^\circ$ и $\angle ABM = 105^\circ$.



а) $2\sqrt{2}$ км

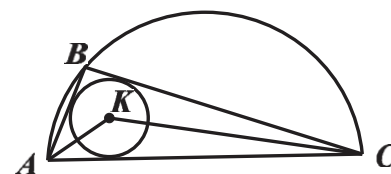
б) 3 км

в) $2\sqrt{3}$ км

г) 4 км

Задача 21**1 балл**

На рисунке изображена полуокружность с диаметром AC . Точка B лежит на дуге полуокружности, а точка K является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Какое из нижеперечисленных утверждений является истинным?



- а) Величина угла AKC зависит от положения точки B на дуге полуокружности.
- б) Величина угла AKC не зависит от положения точки B на дуге полуокружности, но зависит от радиуса полуокружности.
- в) Величина угла AKC не зависит от положения точки B на дуге полуокружности, но зависит от радиуса окружности, вписанной в треугольник ABC .
- г) Для любой точки B , лежащей на дуге полуокружности, $\angle AKC = 135^\circ$.

Задача 22**1 балл**

Известно, что выражения $\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}$ и $\frac{7x+10}{x^2-1}$ для некоторых значений параметров a и b тождественно равны. Найти чему равно $a^2 - b^2$ для этих значений параметров a и b .

- а) -70
- б) -35
- в) 10
- г) 0

Задача 23**1 балл**

Найти множество значений переменной a , для которых точка $P(2a+3; 3a-2)$ лежит в четвертой четверти координатной плоскости (но не лежит на координатных осях).

а) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$

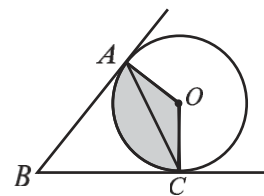
б) $\left(-\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right)$

в) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

г) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$

Задача 24**1 балл**

Стороны угла ABC касаются окружности в точках A и C (см. рисунок). Найти площадь сектора AOC , закрашенного на рисунке, если $AC = 6$ и $\angle ABC = 60^\circ$.



а) 6π

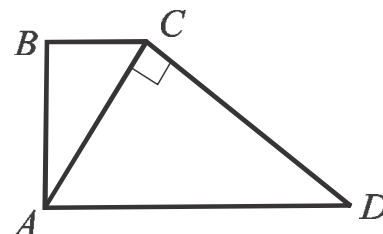
б) 4π

в) 3π

г) 9π

Задача 25**1 балл**

В прямоугольной трапеции $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна боковой стороне CD (см. рисунок). Найти площадь трапеции, если $AC = 3$, $AD = 5$.



а) 6,9

б) $8\frac{1}{4}$

в) $8\frac{4}{25}$

г) $9\frac{4}{25}$

Задача 26**1 балл**

Вычислить $\sin(\alpha - \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{1}{4}$, $\alpha \in (0; \pi)$ и $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

а) $\frac{\sqrt{23}}{12}$

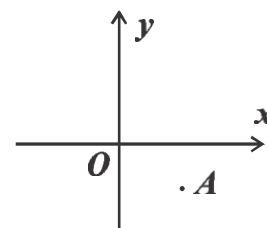
б) $\frac{\sqrt{7}}{12}$

в) $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{8}}{12}$

г) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{8}}{12}$

Задача 27**1 балл**

В прямоугольной системе координат Oxy дана точка $A(3; -2)$. Найти координаты образа точки A в результате последовательного применения двух преобразований плоскости: сперва симметрии относительно прямой $y = x$, а затем параллельного переноса на вектор $\vec{a} = (3; -5)$.



а) $(-7; 6)$

б) $(0; -3)$

в) $(1; -2)$

г) $(6; -7)$

Задача 28**1 балл**

В положительной арифметической прогрессии a_1, a_2, \dots первый член втрое больше разности этой прогрессии. Вычислить $\frac{a_{20}}{a_{10}}$.

а) $\frac{11}{6}$

б) 2

в) $\frac{23}{13}$

г) 2,3

Задача 29**1 балл**

Чему равен наименьший положительный период функции $f(x) = |\sin 3x|$?

а) $\frac{\pi}{3}$

б) $\frac{2\pi}{3}$

в) 2π

г) 6π

Задача 30**1 балл**

Радиус основания конуса вдвое меньше высоты конуса. Найти отношение площади боковой поверхности конуса к площади основания этого конуса.

а) $\sqrt{5}$

б) $\sqrt{3}$

в) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

г) $2\sqrt{3}$

Задача 31**2 балла**

Найти множество решений системы неравенств $\begin{cases} 5x+4 \geq 3x-2 \\ x-2 < -4x \end{cases}$.

Задача 32**2 балла**

Найти сумму первых пяти членов геометрической прогрессии b_1, b_2, \dots , если $b_1 = \frac{1}{2}$ и $b_4 = -4$.

Задача 33**2 балла**

В равнобедренной трапеции диагональ составляет с основанием угол 30° . Найти высоту трапеции, если известно, что средняя линия трапеции равна 8 см.

Задача 34**2 балла**

Решить уравнение: $\log_2(7x+5) = 4$.

Задача 35**3 балла**

Найти все значения параметра k , для которых прямая $y = kx - 5$ имеет хотя бы одну общую точку с параболой $y = 8x^2$.

Задача 36**3 балла**

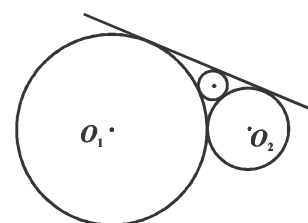
Дана дробь $\frac{m}{n}$, где m и n - целые положительные числа. На сколько процентов должны увеличить знаменатель дроби, чтобы при увеличении числителя на 5% дробь уменьшилась на 10% ?

Задача 37**3 балла**

Точки A и B лежат на разных основаниях цилиндра. На отрезке AB проведена плоскость α , параллельная оси цилиндра. Чему равна длина отрезка AB , если угол между этим отрезком и плоскостью основания цилиндра равен 45° , радиус основания цилиндра равен 5, а расстояние между осью цилиндра и плоскостью α равно 4?

Задача 38**4 балла**

Две окружности с центрами в точках O_1 и O_2 и с радиусами 3 и 1 соответственно внешне касаются друг друга. Провели их общую внешнюю касательную и построили третью окружность, которая касается обеих данных окружностей и их внешней касательной так, как это показано на рисунке. Найти радиус третьей окружности.



Задача 39**4 балла**

Предприятие должно было изготовить определенное количество продуктов. После **четырёх** часов работы основная производственная линия аварийно остановилась, но сразу же заработала резервная производственная линия, которой на изготовление всего количества продуктов требуется на 6 часов больше времени, чем основной линии. Через 3 часа после аварии основную производственную линию отремонтировали и оказалось, что к этому времени было изготовлено только половина всего количества продуктов. Сколько времени потребуется на изготовление оставшихся продуктов, если обе производственные линии будут продолжать работать вместе?

Задача 40**4 балла**

На координатной плоскости движется точка $A(x, y)$, координаты которой в любой момент времени t удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t \\ y = 4 \sin t - 12 \cos t \end{cases}.$$

На какое наименьшее расстояние будет удалена точка $A(x, y)$ от точки $B(-1; 2)$, когда

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}.$$