როგორ მოვემზადოთ 2014 წლის ერთიანი ეროვნული გამოცდებისათვის

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ ა

თბილისი

სარჩევი

შესავალი

2013 წელს საქართველოში ჩატარდა ერთიანი ეროვნული გამოცდები. აბიტურიენტები უმაღლეს სასწავლებლებში გამოცდების შედეგების მიხედვით ჩაირიცხნენ. შვიდი წერითი გამოცდიდან ერთ-ერთი გამოცდა მათემატიკაში ჩატარდა.

მათემატიკის გამოცდა მიზნად ისახავდა საგამოცდო პროგრამაში ასახული მასალის ცოდნისა და ამ ცოდნის პრაქტიკული გამოყენების უნარის შემოწმებას. წერითი ნამუშევრები გასწორდა ცენტრალიზებულად, შეფასების უნიფიცირებული კრიტერიუმებით.

კრებულში გთავაზობთ 2013 წლის საგამოცდო ტესტის პირველ ვარიანტს შეფასების სქემასთან ერთად.

2013 წლის ეროვნული გამოცდის მათემატიკის ტესტი შედგებოდა 40 ამოცანისაგან. აქედან პირველ 30 ამოცანას თან ახლდა 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთი იყო სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდებოდა 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერებოდა სწორი პასუხის მითითებისთვის. ოცდამეთერთმეტიდან მეორმოცეს ჩათვლით ამოცანები ღია ტიპის იყო. აღნიშნულ ამოცანებში დადებითი შეფასების მისაღებად საკმარისი არ იყო მხოლოდ სწორი პასუხის მითითება. აქ აუცილებელი იყო ამოცანის ამოხსნის სრული გზის ჩაწერაც. ღია ტიპის ამოცანებიდან პირველი ოთხი მათგანი ფასდებოდა 2 ქულით, შემდეგი სამი ამოცანა - 3 ქულით, ხოლო ბოლო სამი - 4 ქულით. საგამოცდო ტესტის მაქსიმალური ქულა იყო 59. მინიმალური კომპეტენციის გადასალახად აბიტურიენტს უნდა მოეგროვებინა არანაკლებ 15 ქულისა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 25%-ზე მეტი).

2014 წლის ეროვნული გამოცდების მათემატიკის ტესტის ფორმატში არ არის დაგეგმილი ცვლილებების შეტანა.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება აბიტურიენტებს უკეთ მოემზადონ მათემატიკის გამოცდისათვის.

გთხოვთ თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186
მინდელის ქ. 9

გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგამოცდო პროგრამა

საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში შედგენილია შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფისა და ცენტრთან არსებული საკონსულტაციო საბჭოს მიერ, რომლის შემადგენლობაში შედიოდნენ წარმომადგენლები უმაღლესი სასწავლებლებიდან და კვლევითი ინსტიტუტებიდან.

საგამოცდო პროგრამა ეფუძნება მათემატიკის ეროვნულ სასწავლო გეგმას.

საგამოცდო პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოეთხოვება აბიტურიენტს. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რა დონეზე მოეთხოვება აბიტურიენტს შესაბამისი საკითხის ცოდნა. თუ მარჯვენა სვეტი ცარიელია, მაშინ აბიტურიენტს შესაბამისი ცნების ან თეორემის მხოლოდ ცოდნა და გამოყენება ევალება.

2014 წლის საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში

ალგებრა

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიმრავლეები. ოპერაციები სიმრავლეებზე.	სიმრავლეთა თანაკვეთა, გაერთიანება, სიმრავლის დამატება; ვენის დიაგრამები.
2	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვე-ბი. გამყოფი და ჯერადი.	არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებ-ზე.
		რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად.
		რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა.
		2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშ-ნები.
		ნაშთიანი გაყოფა.
3	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
4	რაციონალური რიცხვები. წილადები და ათწილადები.	რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტი-კული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. მთელი რიცხვებისა და ათწილადების დამრგვალება.
5	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	ნამდვილი რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები მათზე.
6	რიცხვითი ღერძი.	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბა-მისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
7	რიცხვითი შუალედები.	რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა.
8	რიცხვის მოდული.	რიცხვის მოდულის გეომეტრიული აზრი.
9	ნატურალური რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.	ათობით პოზიციურ სისტემაში მოცემული რიცხვების ჩაწერა ორობითში და პირიქით.
10	პროპორცია.	პროპორციის ძირითადი თვისება, პროპორციის უცნო-ბი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით. პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
11	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით. ორი რიცხვის ფარდობის პროცენტული გამოსახვა.
12	რამდენიმე რიცხვის არითმეტი-კული საშუალო.	
13	ხარისხი ნატურალური და მთელი მაჩვენებლით.	ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ახარისხება. ტოლფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	ერთწევრი და მრავალწევრი.	მრავალწევრების შეკრება, გამოკლება და გამრავლება.
15	შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$, $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$.

16	მრავალწევრის დაშლა მამრავლებად.	საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა, დაჯგუფების ხერხი, მამრავლებად დაშლა შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით.
17	რაციონალური გამოსახულება.	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
18	$n-$ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
19	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი.	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები.
20	ალგებრული გამოსახულება.	ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლა.
21	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ნამრავლის, შეფარდებისა და ხარისხის ლოგარითმი. ლოგარითმში ფუძის შეცვლის ფორმულა.
22	მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა სიბრტყესა და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის და სამეულის გამოსახვა შესაბამისად საკოორდინატო სიბრტყესა და საკოორდინატო სივრცეში. ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა.
23	ფუნქცია. ფუნქციის გრაფიკი. ფუნქციათა კომპოზიცია.	ფუნქციის განსაზღვრის არე. ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ფუნქციის ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა. ფუნქციათა კომპოზიცია. პარამეტრის შემცველი ფუნქციები.
		ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით. ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისთვის.
24	კუთხის გრადუსული და რადიანული ზომა.	კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
25	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის: მნიშვნელობები $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}$ არგუმენტებისთვის; ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა, ლუწობა და კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის.
		დაყვანის ფორმულები.
		ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის.

26	განტოლება, განტოლებათა სისტემა.	განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.
27	ერთუცნობიანი წრფივი განტოლებები.	წრფივი განტოლების ამოხსნა.
28	ერთუცნობიანი კვადრატული განტოლებები.	დისკრიმინანტი. კვადრატული განტოლების ამოხსნა. ვიეტის თეორემა. ვიეტის თეორემის შებრუნებული თეორემა.
29	კვადრატული სამწევრი.	კვადრატული სამწევრის ფესვები. კვადრატული სამწევრის დაშლა წრფივ მამრავლებად.
30	ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები.	ისეთი ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა, რომელშიც ერთი განტოლება წრფივია, ხოლო მეორე განტოლების ხარისხი არ აღემატება ორს.
31	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის შედგენაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის გამოყენებით.
32	რიცხვითი უტოლობები.	რიცხვითი უტოლობების თვისებები.
33	უტოლობა, უტოლობათა სისტემა.	უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ორუცნობიანი წრფივი უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნის წარმოდგენა საკოორდინატო სიბრტყეზე. ტოლფასი უტოლობები.
34	ერთუცნობიანი უტოლობები და უტოლობათა სისტემები.	ერთუცნობიანი წრფივი, კვადრატული და რაციონალური უტოლობების და უტოლობათა სისტემების ამოხსნა.
35	წრფივი, კვადრატული, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული ფუნქციები და მათი გრაფიკები.	$y=kx+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=x^3$, $y=\sqrt{x}$, $y=\frac{k}{x}$, $y=a^x$, $y=\log_a x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$ ფუნქციების განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობისა და კლებადობის შუალედები.
36	ირაციონალური განტოლებები.	ერთუცნობიან წრფივ და კვადრატულ განტოლებებზე დაყვანადი ირაციონალური განტოლების ამოხსნა.
37	მაჩვენებლიანი განტოლებები და უტოლობები.	მაჩვენებლიანი განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნა.
38	ლოგარითმული განტოლებები და უტოლობები.	ლოგარითმული (არაცვლადფუძიანი) განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნა.
39	ტრიგონომეტრიული განტოლებები.	$\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$ სახის განტოლებების ამოხსნა.
40	რიცხვითი მიმდევრობა.	მიმდევრობის $n-$ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.

41	არითმეტიკული პროგრესია.	არითმეტიკული პროგრესიის $n-$ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
42	გეომეტრიული პროგრესია.	გეომეტრიული პროგრესიის $n-$ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა რიცხვი; ჯუფდებათა რიცხვი; წყობათა რიცხვი.

გეომეტრია

პლანიმეტრია

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა.	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი. ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამე წრფით გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები. წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი. მრავალკუთხედის პერიმეტრი.	
10	ამოზნექილი მრავალკუთხედი.	ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
11	სამკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე.	

12	სამკუთხედის კუთხეები.	სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება.
13	სამკუთხედების ტოლობა.	სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
14	სამკუთხედის უტოლობა.	
15	დამოკიდებულებანი სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის.	სამკუთხედში დიდი გვერდის (კუთხის) პირდაპირ დიდი კუთხე (გვერდი) ძევს.
16	სამკუთხედის მედიანა.	სამკუთხედის მედიანების თვისება (სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და თი-თოეული მათგანი გადაკვეთის წერტილით 2:1 შე-ფარდებით იყოფა წვეროს მხრიდან).
17	სამკუთხედის ბისექტრისა.	სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება (სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდს მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად ყოფს).
18	სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა სამკუთხედები.	
19	ტოლფერდა სამკუთხედი.	ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები (ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია; ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე ერთმანეთს ემთხვევა).
20	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში 30°-იანი კუთხის მო-პირდაპირე კათეტის თვისება.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღ-ლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებსა და ჰი-პოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c,\ a^2 = ca_c,\ b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
21	პითაგორას თეორემა.	
22	თალესის თეორემა.	
23	სამკუთხედის შუახაზი.	სამკუთხედის შუახაზის თვისებები.
24	სამკუთხედების მსგავსება.	სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები.
		მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფარ-თობების შეფარდება.
25	სინუსების თეორემა.	
26	კოსინუსების თეორემა.	
27	სამკუთხედების ამოხსნა.	

28	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
29	რომბი.	რომბის დიაგონალების თვისებები.
30	მართკუთხედი, კვადრატი.	მართკუთხედის დიაგონალების ტოლობა.
31	ტრაპეცია და მისი ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე. ტრაპეციის შუახაზი.	ტრაპეციის შუახაზის თვისებები.
32	ტრაპეციის კერძო სახეები: ტოლფერდა ტრაპეცია, მართკუთხა ტრაპეცია.	
33	ტოლფერდა ტრაპეცია.	ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
34	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია;
35	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამისა და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
36	წრეწირი, წრე და მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.	რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
		რიცხვი π .
		წრეწირის და მისი რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.
		ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.
37	ცენტრალური და ჩახაზული კუთხეები.	ერთსა და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული და ცენტრალური კუთხეების სიდიდეებს შორის ურთიერთდამოკიდებულება.
38	წრეწირის მხები და მკვეთი.	წრეწირის მხების თვისება.
		წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული ორი მხები მონაკვეთის ტოლობა. ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები.
39	სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირები.	სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა; სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა.
		სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოთვლა (მაგალითად, ფორმულებით: $r=\frac{2S}{a+b+c}$, $R=\frac{abc}{4S}$, $R=\frac{a}{2\sin A}$).

40	წესიერი მრავალკუთხედები. წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირები.	წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება ($r = \dfrac{a}{2\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}}$, $R = \dfrac{a}{2\sin\dfrac{180^\circ}{n}}$).
41	წესიერი მრავალკუთხედების ფართობი.	წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები მასში ჩახაზული, მასზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსებისა და მრავალკუთხედის გვერდის საშუალებით.
42	წრიული სექტორისა და წრის ფართობი.	წრიული სექტორის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე.	ცენტრული სიმეტრია. სიმეტრიის ცენტრი. ფიგურის სიმეტრიულობა წერტილის მიმართ.
		ღერძული სიმეტრია. სიმეტრიის ღერძი. ფიგურის სიმეტრიულობა ღერძის მიმართ.
		პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წერტილის გარშემო.

სტერეომეტრია

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	
2	წრფეთა ურთიერთგანლაგება სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი.
3	წერტილის, წრფის, მონაკვეთის ორთოგონალური დაგეგმილება სიბრტყეზე.	
4	წრფისა და სიბრტყის მართობულობა.	წრფისა და სიბრტყის ურთიერთმართობულობის ნიშანი.
5	წრფისა და სიბრტყის პარალელობა.	წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
6	სიბრტყეთა პარალელობა.	ორი სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
7	კუთხე სიბრტყეებს შორის.	
8	სიბრტყეთა მართობულობა.	ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
9	მონაკვეთი, მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.	სამი მართობის თეორემა.
10	კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის.	
11	ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა.	
12	მრავალწახნაგა და მისი ელემენტები (წვერო, წიბო, წახნაგი).	

13	პრიზმა და მისი ელემენტები (ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი).	
14	პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი). მართი პრიზმის დიაგონალური კვეთა.	
15	პირამიდა და მისი ელემენტები (წვერო, გვერდითი წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე).	
16	წესიერი პირამიდა. აპოთემა.	
17	ცილინდრი და მისი ელემენტები (რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე, ცილინდრის ღერძი). ცილინდრის ღერძული კვეთა.	
18	კონუსი და მისი ელემენტები (წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე). კონუსის ღერძული კვეთა.	
19	ბირთვი, სფერო და მათი ელემენტები (ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი).	
20	ბირთვის მხები სიბრტყე. ბირთვის კვეთა სიბრტყით.	
21	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი ნაწილების მოცულობათა ჯამის ტოლია;
		კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრისა და კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
		სფეროს ზედაპირის ფართობისა და ბირთვის მოცულობის გამოთვლა.
22	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრისა და კონუსის შლილები.	ამ ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.
23	ვექტორები სიბრტყესა და სივრცეში.	ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება. ვექტორთა სკალარული ნამრავლი. კუთხე ორ ვექტორს შორის. ვექტორის სიგრძე.
		ვექტორებისა და მათზე მოქმედებების გამოსახვა კოორდინატებში.

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	მონაცემების თვალსაჩინოდ წარმოდგენის ხერხები.	წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი და წრიული დიაგრამები. მასშტაბი. სკალა.
2	მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები.	სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე, საშუალო, მედიანა, მოდა, გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა.
3	ალბათობის თეორიის ელემენტები.	ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები; საწინააღმდეგო ხდომილობა; დამოუკიდებელი ხდომილობები. ალბათობის კლასიკური განსაზღვრება. ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა.
		ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$; დამოუკიდებელ ხდომილობათა ნამრავლის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
		გეომეტრიული ალბათობა (მონაკვეთსა და ბრტყელ ფიგურაზე).

ზომის ერთეულები

N	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიგრძის ერთეულები.	მილიმეტრი (მმ), სანტიმეტრი (სმ), დეციმეტრი (დმ), მეტრი (მ), კილომეტრი (კმ).
		კავშირი სიგრძის ერთეულებს შორის.
2	ფართობის ერთეულები.	კვადრატული მილიმეტრი (მმ^2, კვადრატული სანტიმეტრი (სმ^2), კვადრატული დეციმეტრი (დმ^2), კვადრატული მეტრი (მ^2), ჰექტარი (ჰა), კვადრატული კილომეტრი (კმ^2).
		კავშირი ფართობის ერთეულებს შორის.
3	მოცულობის ერთეულები.	კუბური მილიმეტრი (მმ^3), კუბური სანტიმეტრი (სმ^3), კუბური დეციმეტრი (დმ^3), ლიტრი (ლ), კუბური მეტრი (მ^3).
		კავშირი მოცულობის ერთეულებს შორის.

4	მასის ერთეულები.	გრამი (გ), კილოგრამი (კგ), ცენტნერი (ც), ტონა (ტ).
		კავშირი მასის ერთეულებს შორის.
5	დროის ერთეულები.	წამი (წმ), წუთი (წთ), საათი (სთ).
		კავშირი დროის ერთეულებს შორის.
6	სიჩქარის ერთეულები.	მეტრი წამში (მ/წმ), მეტრი წუთში (მ/წთ), კილომეტრი საათში (კმ/სთ).
		კავშირი სიჩქარის ერთეულებს შორის.

საგამოცდო დავალებების ნიმუშები

I ვარიანტი

ამოცანა 1 **1 ქულა**

$1,6-\frac{2}{3}=$

ა) 1 ბ) $\frac{14}{15}$ გ) $1\frac{1}{2}$ დ) $\frac{19}{30}$

ამოცანა 2 **1 ქულა**

a რიცხვის 11-ზე გაყოფისას მიიღება ნაშთი 3. რა ნაშთი მიიღება $(2a+7)$ - ის 11-ზე გაყოფისას?

ა) 2 ბ) 9 გ) 5 დ) 1

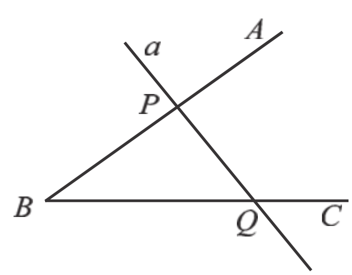
ამოცანა 3 **1 ქულა**

წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი დადებითი რიცხვებია. როგორ შეიცვალა წილადი მას შემდეგ, რაც მრიცხველი გაზარდეს 20%-ით, ხოლო მნიშვნელი შეამცირეს 50%-ით?

ა) გაიზარდა 24%-ით
ბ) შემცირდა 30%-ით
გ) გაიზარდა 2,4-ჯერ
დ) გაიზარდა $\frac{5}{2}$-ჯერ

ამოცანა 4 **1 ქულა**

a წრფე ABC კუთხის გვერდებს P და Q წერტილებში კვეთს ისე, როგორც ეს სურათზეა გამოსახული. იპოვეთ ABC კუთხის სიდიდე, თუ $\angle APQ=85°$ და $\angle PQC=135°$.



ა) 30° ბ) 45° გ) 40° დ) 50°

ამოცანა 5 **1 ქულა**

პარალელოგრამის ერთ-ერთი გვერდი დიაგონალის მართობული და მისი ტოლია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის უდიდესი კუთხის სიდიდე.

ა) $110°$ ბ) $120°$ გ) $135°$ დ) $150°$

ამოცანა 6 **1 ქულა**

რიცხვი იყოფა 4-ზე და 6-ზე. ქვემოთმოყვანილ რიცხვთაგან რომლის ჯერადია <u>აუცილებლად</u> ეს რიცხვი?

ა) 8 ბ) 12 გ) 15 დ) 24

ამოცანა 7 **1 ქულა**

$4^{-\frac{5}{2}} =$

ა) $\frac{1}{32}$ ბ) -32 გ) $\frac{1}{\sqrt[5]{16}}$ დ) $\frac{1}{16}$

ამოცანა 8 **1 ქულა**

თუ $a:2=b:5$, მაშინ $\frac{a-2b}{a+3b}=$

ა) $-\frac{1}{4}$ ბ) $-\frac{8}{17}$ გ) $-\frac{2}{3}$ დ) $\frac{1}{11}$

ამოცანა 9 1 ქულა

რისი ტოლია $2x^2-4xy+2y^2$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $x-y=3$?

ა) 18 ბ) 6 გ) 12 დ) 9

ამოცანა 10 1 ქულა

მართკუთხა ტრაპეციის დიდი ფუძის გარშემო ბრუნვის შედეგად მიიღება

ა) კონუსი
ბ) ცილინდრი
გ) კონუსისა და ცილინდრის გაერთიანება
დ) ორი კონუსის გაერთიანება

ამოცანა 11 1 ქულა

თუ ამოზნექილ ოთხკუთხედს გააჩნია სიმეტრიის ცენტრი, მაშინ ეს ოთხკუთხედი აუცილებლად არის

ა) ტოლფერდა ტრაპეცია
ბ) რომბი
გ) მართკუთხედი
დ) პარალელოგრამი

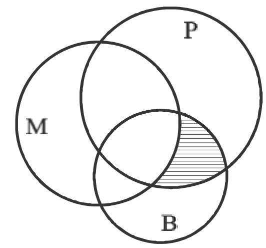
ამოცანა 12 1 ქულა

ორი სადგურიდან, რომელთა შორის მანძილი 80 კმ-ია, ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად ორი მატარებელი გამოვიდა. ცნობილია, რომ ერთი მატარებლის სიჩქარე V კმ/სთ-ია. რა სიჩქარით მოძრაობდა მეორე მატარებელი, თუ ისინი მოძრაობის დაწყებიდან T საათში შეხვდნენ ერთმანეთს?

ა) $\frac{1}{2}\cdot\left(V+\frac{80}{T}\right)$ ბ) $\frac{40V+80}{2T}$ გ) $\frac{80-VT}{T}$ დ) $\frac{80V}{TV-40}$

ამოცანა 13 1 ქულა

სურათზე გამოსახულ ვენის დიაგრამაზე M წრე წარმოადგენს კლასის იმ მოსწავლეთა სიმრავლეს, რომლებიც მათემატიკის ოლიმპიადაში მონაწილეობენ, P წრე – იმ მოსწავლეთა სიმრავლეს, რომლებიც მონაწილეობენ ფიზიკის ოლიმპიადაში, ხოლო B წრე – იმ მოსწავლეთა სიმრავლეს, რომლებიც მონაწილეობენ ბიოლოგიის ოლიმპიადაში.



ქვემოთჩამოთვლილი სიმრავლეებიდან რომელი შეესაბამება დიაგრამის დაშტრიხულ ნაწილს?

ა) იმ მოსწავლეთა სიმრავლე, რომლებიც არ მონაწილეობენ მათემატიკისა და ბიოლოგიის ოლიმპიადებში და მონაწილეობენ ფიზიკის ოლიმპიადაში

ბ) იმ მოსწავლეთა სიმრავლე, რომლებიც მონაწილეობენ მათემატიკისა და ფიზიკის ოლიმპიადებში და არ მონაწილეობენ ბიოლოგიის ოლიმპიადაში

გ) იმ მოსწავლეთა სიმრავლე, რომლებიც არ მონაწილეობენ მათემატიკისა და ფიზიკის ოლიმპიადებში და მონაწილეობენ ბიოლოგიის ოლიმპიადაში

დ) იმ მოსწავლეთა სიმრავლე, რომლებიც მონაწილეობენ ბიოლოგიისა და ფიზიკის ოლიმპიადებში და არ მონაწილეობენ მათემატიკის ოლიმპიადაში

ამოცანა 14 1 ქულა

მოცემულია ორი ვექტორი $\vec{a}=(-2;\,3)$ და $\vec{b}=(-5;\,1)$. გამოთვალეთ $3\vec{a}-2\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები.

ა) $(4;\,7)$ ბ) $(-16;\,7)$ გ) $(4;\,-7)$ დ) $(-16;\,-7)$

ამოცანა 15 1 ქულა

რიცხვები: a, a^2 და a^3 დაალაგეთ <u>**ზრდადობით**</u>, თუ $-1<a<0$.

ა) $a,\,a^2,\,a^3$

ბ) $a^2,\,a,\,a^3$

გ) $a,\,a^3,\,a^2$

დ) $a^3,\,a,\,a^2$

ამოცანა 16 **1 ქულა**

ამოხსენით უტოლობა

$$5-\frac{4-5x}{3}>\frac{3x+5}{4}.$$

ა) $\left(\frac{9}{16};+\infty\right)$ ბ) $\left(-\infty;-\frac{5}{4}\right)$ გ) $\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$ დ) $\left(-\frac{29}{11};+\infty\right)$

ამოცანა 17 **1 ქულა**

a პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის მდებარეობს $N\left(a;\ 4a+a^2\right)$ წერტილი $y=x^2-5x+3$ ფუნქციის გრაფიკზე?

ა) 1 ბ) $\frac{4}{3}$ გ) $\frac{1}{3}$ დ) -1

ამოცანა 18 **1 ქულა**

კლასში 25 მოსწავლეა, მათმა 80%-მა მათემატიკაში დაიმსახურა სემესტრული შეფასება 7 ან უფრო მეტი. რისი ტოლია იმის ალბათობა, რომ შემთხვევით შერჩეული ორი მოსწავლიდან ორივემ მიიღო 7-ზე დაბალი შეფასება?

ა) $\frac{1}{30}$ ბ) $\frac{19}{30}$ გ) $\frac{1}{4}$ დ) $\frac{1}{25}$

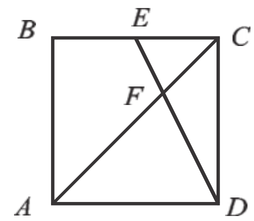
ამოცანა 19 **1 ქულა**

იპოვეთ $f(x)=\frac{\sqrt{x-5}}{7-x}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე.

ა) $[5;\ 7)\cup(7;\ +\infty)$ ბ) $[5;\ +\infty)$ გ) $(5;\ 7]$ დ) $\left[\sqrt{5};\ 7\right)\cup\left(7;\ +\infty\right)$

ამოცანა 20 1 ქულა

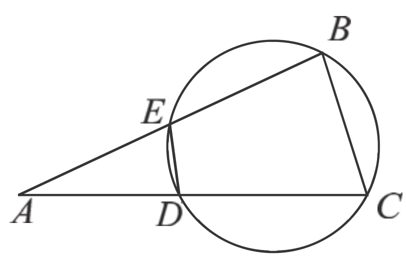
$ABCD$ კვადრატის გვერდი $\sqrt{2}$-ის ტოლია. E წერტილი წარმოადგენს BC გვერდის შუა წერტილს. ED მონაკვეთი AC დიაგონალს F წერტილში კვეთს. იპოვეთ AF მონაკვეთის სიგრძე.



ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{2}{3}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) $\frac{4}{3}$

ამოცანა 21 1 ქულა

წრეწირის გარეთ მდებარე A წერტილიდან წრეწირის B და C წერტილებამდე გავლებულია AB და AC მონაკვეთები, რომლებიც წრეწირს შესაბამისად E და D წერტილებში კვეთს (იხ. სურათი). იპოვეთ ADE კუთხის სიდიდე, თუ $\angle ACB = 57°$, $\angle BAC = 36°$.



ა) $43{,}5°$ ბ) $87°$ გ) $73°$ დ) $46{,}5°$

ამოცანა 22 1 ქულა

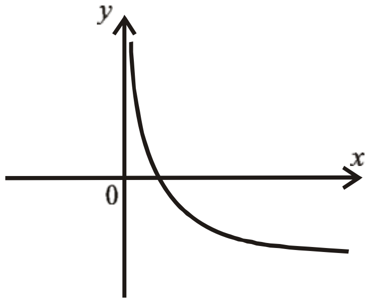
კლასში 10 ბიჭი და 8 გოგონა სწავლობდა. მათი რაოდენობრივი განაწილება წრიული დიაგრამით იყო წარმოდგენილი. რამდენი გრადუსით გაიზარდა წრიულ დიაგრამაზე ბიჭების შესაბამისი სექტორის ცენტრალური კუთხის სიდიდე მას შემდეგ, რაც კლასს 2 ბიჭი დაემატა?

ა) $4°$-ით ბ) $8°$-ით გ) $12°$-ით დ) $16°$-ით

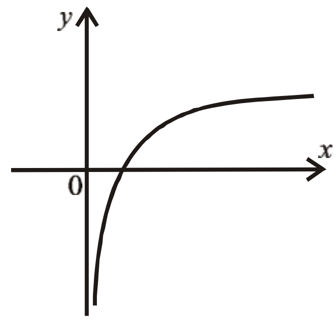
ამოცანა 23 **1 ქულა**

ქვემოთ მოცემული გრაფიკებიდან რომელი შეიძლება იყოს $y = \log_2 x$ ფუნქციის გრაფიკი?

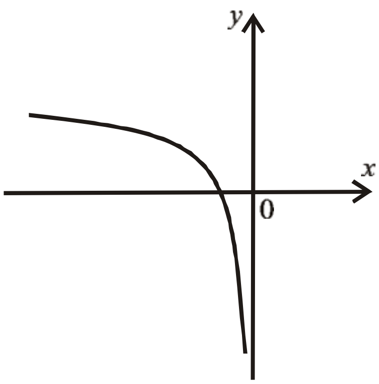
ა)



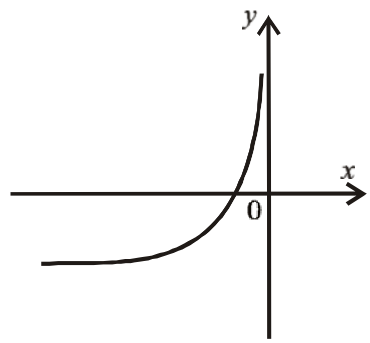
ბ)



გ)



დ)



ამოცანა 24 **1 ქულა**

ABC სამკუთხედში $AB = 28$, $\angle C = 120°$. რას უდრის სამკუთხედის უმცირესი გვერდი, თუ $AC : BC = 3 : 5$?

ა) 9 ბ) 12 გ) 15 დ) 18

ამოცანა 25 1 ქულა

თუ წესიერ ოთხკუთხა პირამიდას გადავკვეთთ მისი ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგის პარალელური სიბრტყით, რომელიც არ გადის პირამიდის არცერთ წვეროზე, მაშინ კვეთაში მივიღებთ

ა) სამკუთხედს
ბ) პარალელოგრამს
გ) მართკუთხა ტრაპეციას
დ) ტოლფერდა ტრაპეციას

ამოცანა 26 1 ქულა

ქვემოთჩამოთვლილთაგან რომელ შუალედშია მოთავსებული $8\log_6 2+9\log_6 3$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) [7; 8] ბ) [8; 9] გ) [9; 10] დ) [10; 11]

ამოცანა 27 1 ქულა

რისი ტოლია წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობი, თუ მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი ტოლია 2-ის?

ა) 12 ბ) $6\sqrt{3}$ გ) 8 დ) $12\sqrt{3}$

ამოცანა 28 1 ქულა

არითმეტიკული პროგრესიის პირველი წევრია 5. რას უდრის პროგრესიის ბოლო წევრი, თუ ცნობილია, რომ ამ პროგრესიის წევრების საშუალო არითმეტიკული 6-ის ტოლია?

ა) -1 ბ) 1 გ) 3 დ) 7

ამოცანა 29 1 ქულა

რისი ტოლია $\dfrac{\sqrt{1-\sin\alpha}}{\sqrt{1+\sin\alpha}}-\dfrac{\sqrt{1+\sin\alpha}}{\sqrt{1-\sin\alpha}}$, თუ $\cos\alpha=-\dfrac{1}{3}$ და $0<\alpha<\pi$.

ა) $-3\sqrt{3}$ ბ) $-4\sqrt{2}$ გ) $4\sqrt{2}$ დ) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

ამოცანა 30 1 ქულა

მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში ჰომოთეტია, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და k კოეფიციენტით, $A(2;\,3)$ წერტილს ასახავს $B(2x-1;\,x)$ წერტილში. იპოვეთ k.

ა) $\dfrac{1}{4}$ ბ) $\dfrac{3}{4}$ გ) $\dfrac{3}{2}$ დ) $\dfrac{4}{3}$

ამოცანა 31 2 ქულა

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

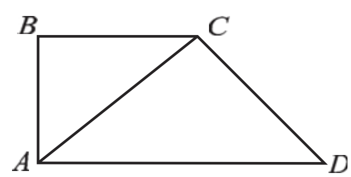
$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

ამოცანა 32 2 ქულა

ამოხსენით განტოლება $|4x-3|=\dfrac{1}{2}$.

ამოცანა 33 2 ქულა

$ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle BCD=135^\circ$ და $AC=CD=4$. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძე.



ამოცანა 34 2 ქულა

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეში $y = kx$ წრფე აბსცისათა ღერძთან ქმნის კუთხეს რომლის კოსინუსია $\frac{1}{4}$. იპოვეთ k, თუ $k > 0$.

ამოცანა 35 3 ქულა

მოცემულია ოთხი რიცხვი, რომელთა საშუალო 0,95-ის ტოლია, მედიანა 1,35-ის, ხოლო მოდა ერთადერთია და უდრის 5-ს. იპოვეთ ეს რიცხვები.

ამოცანა 36 3 ქულა

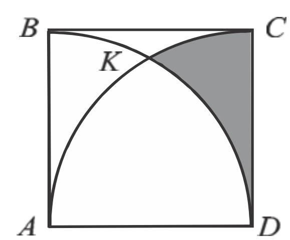
ამოხსენით განტოლება $3^x - 3^{-x} + 2 = 0$.

ამოცანა 37 3 ქულა

იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძეა 4 და ეს წიბო პირამიდის სიმაღლესთან ადგენს $60°$-იან კუთხეს.

ამოცანა 38 4 ქულა

სურათზე მოცემული $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძე a-ს ტოლია. A და D წერტილებიდან, როგორც ცენტრებიდან, შემოხაზულია წრეწირის BD და AC რკალები, რომლებიც K წერტილში იკვეთება. იპოვეთ CD გვერდით, KC და KD რკალებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, რომელიც გამუქებულია სურათზე.



ამოცანა 39 4 ქულა

ჭურჭელიდან, რომელიც სავსე იყო 90%-იანი სპირტის ხსნარით, გადმოასხეს 1 ლიტრი ხსნარი და შემდეგ ჭურჭელი შეავსეს 1 ლიტრი წყლით. ამის შემდეგ ჭურჭლიდან ისევ გადმოასხეს 2 ლიტრი მიღებული ხსნარი და ჭურჭელი კვლავ შეავსეს 2 ლიტრი წყლით, რის შედეგადაც მიიღეს 50%-იანი სპირტის ხსნარი. იპოვეთ ჭურჭლის ტევადობა.

ამოცანა 40 4 ქულა

მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეში განვიხილოთ t პარამეტრზე დამოკიდებული წერტილები: $A(\cos(3-t); \sin(3-t))$, $B(\cos t; \sin t)$ და $C(-\cos t; -\sin t)$. t პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის მიიღებს ABC სამკუთხედის ფართობი უდიდეს მნიშვნელობას, თუ $t \in (0;1)$?

I ვარიანტის შეფასების სქემა

ამოცანა 31 **2 ქულა**

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

ამოხსნა

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y=9 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსნია $y=\frac{9}{4}$, $x=-\frac{11}{4}$.

პასუხი: $x=-\frac{11}{4}$, $y=\frac{9}{4}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) მიიღო ერთი ცვლადის შემცველი განტოლება;
ბ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ბ.

ამოცანა 32 **2 ქულა**

ამოხსენით განტოლება $|4x-3|=\frac{1}{2}$.

ამოხსნა

$$|4x-3|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-3=\frac{1}{2} \\ 4x-3=-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{7}{8} \\ x=\frac{5}{8} \end{array}\right.$$

პასუხი: $x=\frac{7}{8}$ ან $x=\frac{5}{8}$

ამოხსნის ეტაპები

ა) მოხსნა მოდულის ნიშანი და დაწერა $4x-3=\pm\frac{1}{2}$; ან იპოვა ერთ-ერთი ამონახსნი;

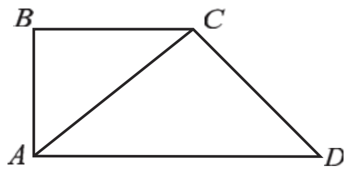
ბ) პასუხი

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ბ.

ამოცანა 33 **2 ქულა**

$ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $\angle BCD = 135°$ და $AC = CD = 4$. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძე.



ამოხსნა 1

$\angle CAD = \angle ADC = 180° - \angle BCD = 45°$, $\angle ACD = 180° - \angle CAD - \angle CDA = 90°$

$\angle BAC = \angle BCA = 45°$, $\angle ABC = 90°$

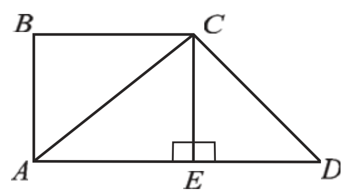
ამიტომ $BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

პასუხი: $BC = 2\sqrt{2}$

ამოხსნა 2

C წვეროდან AD ფუძეზე დავუშვათ მართობი, მაშინ $\angle DCE = \angle CDE = 135° - 90° = 45°$ და რადგან $AC = CD$ მივიღებთ $AE = ED = BC = 2\sqrt{2}$

პასუხი. $BC = 2\sqrt{2}$



ამოხსნის ეტაპები

ა) მიუთითა, რომ $\angle DCE = 45°$ ან $\angle CDE = 45°$ ან $\angle CAE = 45°$ ან $\angle ACE = 45°$ ან $\angle BCA = 45°$ ან $\angle BAC = 45°$.

ბ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;

2 ქულა - ა, ბ.

ამოცანა 34 **2 ქულა**

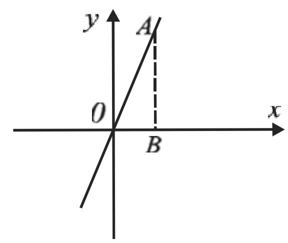
Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეში $y = kx$ წრფე აბსცისათა ღერძთან ქმნის კუთხეს რომლის კოსინუსია $\frac{1}{4}$. იპოვეთ k, თუ $k > 0$.

ამოხსნა1

α -თი აღვნიშნოთ კუთხე, რომელსაც ადგენს მოცემული წრფე Ox ღერძის დადებით მიმართულებასთან, მაშინ $k = \operatorname{tg}\alpha$, რადგან $k > 0$ და $\cos\alpha = \frac{1}{4}$, მაშინ $k = \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{15}$

პასუხი: $k = \sqrt{15}$

ამოხსნა2



$\triangle OAB$ -ში $OA = 4OB$, $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{15}\,OB$ მაშინ $\sqrt{15} \cdot OB = k \cdot OB$ ე.ი $k = \sqrt{15}$

ამოხსნის ეტაპები

ა) შენიშნა, რომ $k = \operatorname{tg}\alpha$;
ან გამოთვალა კუთხის სინუსი;
ან დაწერა $\operatorname{tg}\alpha$ -ს და $\cos\alpha$ -ს დამაკავშირებელი რაიმე იგივეობა;
ან დაწერა $OA = 4OB$
ბ) პასუხი

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ბ.

ამოცანა 35 **3 ქულა**

მოცემულია ოთხი რიცხვი, რომელთა საშუალო 0,95-ის ტოლია, მედიანა 1,35-ის, ხოლო მოდა ერთადერთია და ის 5-ის ტოლია. იპოვეთ ეს რიცხვები.

ამოხსნა

ვთქვათ, საძიებელი ოთხი რიცხვია x_1, x_2, x_3, x_4, რომლებიც ზრდადობის მიხედვით არიან დალაგებულნი. რადგან მოდა ერთადერთია ან ორი მონაცემია 5-ის ტოლი ან სამი. სამი ვერ იქნება, რადგან ამ შემთხვევაში მედიანაც 5-ის ტოლი გამოვიდოდა და ეწინააღმდეგება პირობას. ამიტომ ორი მონაცემია 5-ის ტოლი და რადგან მოდა (5) მეტია მედიანაზე (1,35) გვექნება, რომ $x_3 = x_4 = 5$. რადგან $\frac{x_2 + x_3}{2} = 1,35$, მივიღებთ $x_2 = -2,3$; ხოლო $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 0,95$ პირობიდან მივიღებთ $x_1 = -3,9$.

პასუხი: -3,9; -2,3; 5; 5

ამოხსნის ეტაპები

ა) შემოიტანა ოთხი ცვლადი და მათი საშუალებით დაწერა $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 0,95$ ან მისი ექვივალენტური გამოსახულება;

ბ) შემოიტანა ოთხი ცვლადი და მათი საშუალებით დაწერა $\frac{x_2 + x_3}{2} = 1,35$ ან მისი ექვივალენტური გამოსახულება;

გ) აღნიშნა, რომ ამ რიცხვებში ორი წევრი არის 5-ის ტოლი;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა ან **ბ** ან **გ**
2 ქულა - ა, **გ** ან **ბ, გ**
3 ქულა - ა, **ბ, გ, დ**

ამოცანა 36 **3 ქულა**

ამოხსენით განტოლება $3^{x}-3^{-x}+2=0$.

ამოხსნა

აღვნიშნოთ $y=3^{x}$, მაშინ განტოლება მიიღებს სახეს $y-\frac{1}{y}+2=0$. დავიყვანოთ ეს განტოლება კვადრატულ განტოლებამდე: $y^{2}+2y-1=0$. ამოვხსნათ განტოლება : $y_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$.

$y_{1}=-1-\sqrt{2}<0$, ამიტომ განტოლებას $3^{x}=-1-\sqrt{2}$ ამონახსნი არა აქვს.

$y_{2}=-1+\sqrt{2}>0$ ამიტომ განტოლებას $3^{x}=-1+\sqrt{2}$ გააჩნია ერთადერთი ამონახსნი $x=\log_{3}\left(-1+\sqrt{2}\right)$.

პასუხი: $x=\log_{3}\left(-1+\sqrt{2}\right)$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) განტოლების დაყვანა ალგებრულ განტოლებაზე (მაგალითად, $y-\frac{1}{y}+2=0$) ან $3^{2x}+2\cdot 3^{x}-1=0$ ან $\left(3^{x}\right)^{2}+2\cdot 3^{x}-1=0$ ტიპის განტოლებაზე;

ბ) ალგებრული განტოლების ფესვების პოვნა (მაგ., $y=-1\pm\sqrt{2}$ ან $3^{x}=-1\pm\sqrt{2}$);

გ) პასუხი.

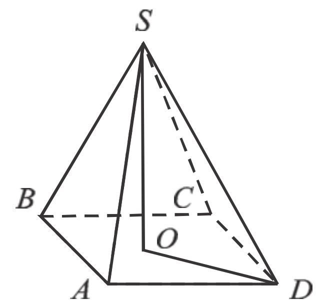
შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.
2 ქულა - ბ.
3 ქულა - ბ, გ.

ამოცანა 37 **3 ქულა**

იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძეა 4 და ეს წიბო პირამიდის სიმაღლესთან ადგენს $60°$-იან კუთხეს.

ამოხსნა



პირამიდის S წვეროდან ფუძეზე დავუშვათ SO სიმაღლე და O წერტილი შევაერთოთ ფუძის D წვეროსთან. SOD სამკუთხედში
$\angle SOD = 90°,\ \angle OSD = 60°,\ SD = 4$. ამიტომ $SO = SD\cos 60° = 2,$
$OD = SD\sin 60° = 2\sqrt{3}$, ხოლო $AD = OD\sqrt{2} = 2\sqrt{6},$
$V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ფუძის} = \frac{1}{3}\cdot 2\cdot\left(2\sqrt{6}\right)^2 = 16$
პასუხი: $V = 16$

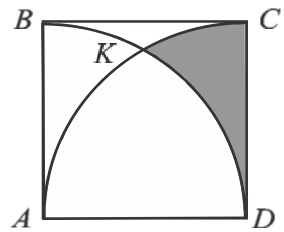
ამოხსნის ეტაპები

ა) ნახაზის აგება და გვერდით წიბოსა და სიმაღლეს შორის კუთხის მითითება;
ბ) პირამიდის სიმაღლის გამოთვლა;
გ) OD-ს ან BD-ს გამოთვლა;
დ) ფუძის ფართობის გამოთვლა;
ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა ან ბ ან გ.
2 ქულა - ბ, გ ან დ.
3 ქულა - ბ, დ, ე.

ამოცანა 38 4 ქულა



სურათზე მოცემული $ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძე a-ს ტოლია. A და D წერტილებიდან, როგორც ცენტრებიდან, შემოხაზულია წრეწირის BD და AC რკალები, რომლებიც K წერტილში იკვეთება. იპოვეთ CD გვერდით, KC და KD რკალებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობი, რომელიც გამუქებულია სურათზე.

ამოხსნა

აღვნიშნოთ KD რკალის შესაბამისი წრიული სექტორის ფართობი S_{KD}-თი, KC რკალის შესაბამისი წრიული სექტორის ფართობი S_{KC}-თი, ხოლო AKD სამკუთხედის ფართობი S_{AKD}-თი. მაშინ სურათზე გამუქებული ფიგურის S ფართობი ტოლია $S = S_{KC} + S_{AKD} - S_{KD}$.

$AK = KD = AD$, ამიტომ $\angle KAD = \angle KDA = 60°, \ \ \angle KDC = 30°$ და

$$S_{KD} = \frac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot AD^2 = \frac{1}{6}\pi a^2, \quad S_{KC} = \frac{30°}{360°} \cdot \pi \cdot CD^2 = \frac{1}{12}\pi a^2.$$

სამკუთხედი AKD ტოლგვერდაა, ამიტომ $S_{AKD} = \frac{\sqrt{3}}{4} AD^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

საძიებელი ფიგურის ფართობი $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{12}\pi a^2 - \frac{1}{6}\pi a^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}\right) a^2$.

პასუხი: $S = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}\right) a^2$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) საძიებელი ფიგურის ფართობი წარმოადგინა წრიული სექტორების, სეგმენტების და სამკუთხედის ფართობების კომბინაციის სახით (მაგ., $S = S_{KC} + S_{AKD} - S_{KD}$ ან $S = S_{KC} - S_{KD\,სეგმენტი}$);

ბ) შენიშნა რომ სამკუთხედი AKD ტოლგვერდაა ან რომ $\angle KAD = 60°$, ან $\angle KDA = 60°$ ან $\angle KDC = 30°$;

გ) გამოთვალა KC, KB, KA, KD რკალებით შექმნილი წრიული სექტორებიდან ერთ-ერთის ფართობი;

დ) გამოთვალა AKD სამკუთხედის ფართობი;

ე) გამოთვალა KC და KD სექტორების (ან მათი ტოლი სექტორების) ფართობები;

ვ) გამოთვალა KD რკალით შექმნილი სეგმენტის ფართობი.

ზ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა ან ბ.

2 ქულა - ა, ბ; ან გ; ან დ.

3 ქულა - ა, გ, დ; ან ა, ე ან დ, ე ან ვ.

4 ქულა - დ, ე, ზ.

ამოცანა 39 **4 ქულა**

ჭურჭელიდან, რომელიც სავსე იყო 90%-იანი სპირტის ხსნარით, გადმოასხეს 1 ლიტრი ხსნარი და შემდეგ ჭურჭელი შეავსეს 1 ლიტრი წყლით. ამის შემდეგ ჭურჭლიდან ისევ გადმოასხეს 2 ლიტრი მიღებული ხსნარი და ჭურჭელი კვლავ შეავსეს 2 ლიტრი წყლით, რის შედეგადაც მიიღეს 50%-იანი სპირტის ხსნარი. იპოვეთ ჭურჭლის ტევადობა.

ამოხსნა

ვთქვათ, ჭურჭელის ტევადობაა x ლიტრი. როდესაც ჭურჭელიდან გადმოასხეს 1 ლიტრი ხსნარი, ჭურჭელში დარჩა $x-1$ ლიტრი ხსნარი, რომელიც შეიცავს $0,9(x-1)$ ლიტრ სპირტს. მისი 1 ლიტრი წყლით შევსების შედეგად მივიღებთ x ლიტრ ხსნარს, რომელიც ისევ $0,9(x-1)$ ლიტრ სპირტს შეიცავს, რაც მთელი ხსნარის $\dfrac{0,9(x-1)}{x}$ ნაწილს შეადგენს.

მიღებული ხსნარიდან 2 ლიტრის გადმოსხმის შემდეგ ჭურჭელში დარჩა $x-2$ ლიტრი ხსნარი, რომელიც შეიცავს $\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x}$ ლიტრ სპირტს. ჭურჭლის 2 ლიტრი წყლით შევსების შედეგად ისევ მივიღებთ x ლიტრ ხსნარს, რომელიც $\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x}$ ლიტრ სპირტს შეიცავს, რაც მთელი ხსნარის $\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}$ ნაწილს შეადგენს. ამოცანის პირობის თანახმად, მიიღეს 50%-იანი სპირტის ხსნარი, ე.ი., $\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5$.

$$\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5 \;\Rightarrow\; 9x^2-27x+18=5x^2 \;\Leftrightarrow\; 4x^2-27x+18=0.$$

რომლის ფესვებია

$$x=\frac{27\pm\sqrt{729-288}}{8}=\frac{27\pm 21}{8}=\left[\begin{array}{l}0,75\\ 6\end{array}\right.$$

მიღებული მნიშვნელობების შემოწმებით ვადგენთ, რომ ამოცანის პირობას აკმაყოფილებს, მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა $x=6$.

პასუხი: ჭურჭლის ტევადობაა 6 ლიტრი.

ამოხსნის ეტაპები

ა) შემოიტანა ცვლადი და ამ ცვლადის საშუალებით გამოთვალა 1 ლიტრი წყლის შევსების შემდეგ მიღებულ ხსნარში სპირტის/წყლის წილი ან მოცულობა, მაგ. $\dfrac{0,9(x-1)}{x}$ ან $0,9(x-1)$;

ბ) ცვლადის საშუალებით გამოთვალა 2 ლიტრი წყლის შევსების შემდეგ საბოლოოდ მიღებულ ხსნარში სპირტის/წყლის წილი ან მოცულობა, მაგ. $\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}$ ან

$\dfrac{0,9(x-1)(x-2)}{x}=0,9(x-1)-\dfrac{1,8(x-1)}{x}$;

გ) მიიღო $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5$ ან მისი ექვივალენტური განტოლება, საიდანაც შეიძლება ჭურჭლის ტევადობის პოვნა;
დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;
2 ქულა - ბ;
3 ქულა - ბ, გ;
4 ქულა - გ, დ.

ამოცანა 40 **4 ქულა**

მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეში განვიხილოთ t პარამეტრზე დამოკიდებული წერტილები: $A(\cos(3-t);\sin(3-t))$, $B(\cos t;\sin t)$ და $C(-\cos t;-\sin t)$. t პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის მიიღებს ABC სამკუთხედის ფართობი უდიდეს მნიშვნელობას, თუ $t\in(0;1)$?

ამოხსნა

ვთქვათ, O წერტილი მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყის სათავეა, მაშინ ადვილი შესამოწმებელია, რომ $|OA|=|OB|=|OC|=1$, ანუ A, B და C წერტილები მდებარეობენ ერთეულოვან რადიუსიან წრეწირზე ცენტრით O წერტილში, ნებისმიერი $t\in(0;1)$-თვის. რადგან B და C სათავის მიმართ სიმეტრიული წერტილებია, ამიტომ BC ამ წრეწირის დიამეტრია ნებისმიერი $t\in(0;1)$. მაშასადამე, ABC სამკუთხედი წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედს. რადგან

$$|AB|=\sqrt{(\cos(3-t)-\cos t)^2+(\sin(3-t)-\sin t)^2}=\sqrt{2-2\cos(3-t)\cos t-2\sin(3-t)\sin t}$$
$$=\sqrt{2-2\cos(3-2t)}$$
$$|AC|=\sqrt{(\cos(3-t)+\cos t)^2+(\sin(3-t)+\sin t)^2}=\sqrt{2+2\cos(3-t)\cos t+2\sin(3-t)\sin t}$$
$$=\sqrt{2+2\cos(3-2t)}$$

ამიტომ ABC სამკუთხედის ფართობი ტოლია

$$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|AC|=\sqrt{1-\cos(3-2t)}\sqrt{1+\cos(3-2t)}=\sqrt{(1-\cos(3-2t))(1+\cos(3-2t))}=$$
$$=\sqrt{1-\cos^2(3-2t)}$$

ცხადია, რომ S მიიღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, როდესაც $\cos^2(3-2t)=0$, ანუ $\cos(3-2t)=0$, რომლის ამონახსნიც $(0;1)$ ინტერვალში არის $t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$.

პასუხი: $\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$

ამოხსნა II

ვთქვათ, O წერტილი მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყის სათავეა, მაშინ ადვილი შესამოწმებელია, რომ $|OA|=|OB|=|OC|=1$, ანუ A, B და C წერტილები მდებარეობენ ერთეულოვან

რადიუსიან წრეწირზე ცენტრით O წერტილში. რადგან B და C სათავის მიმართ სიმეტრიული წერტილებია, ამიტომ BC ამ წრეწირის დიამეტრია ნებისმიერი $t \in (0;1)$. მაშასადამე, ABC სამკუთხედი წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზა $BC = 2$ ნებისმიერი $t \in (0;1)$. ამიტომ ABC სამკუთხედის ფართობი $S = \frac{1}{2} h \cdot |BC| = h$ მიიღებს უდიდეს მნიშვნელობას, მაშინ და მხოლოდ მაშინ როდესაც A წერტილიდან BC ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე h მიიღებს უდიდეს შესაძლო მნიშვნელობას 1-ს. ვაჩვენოთ, რომ არსებობს ისეთი $t \in (0;1)$ და ვიპოვოთ იგი, როდესაც აღნიშნული სიტუაცია რეალიზდება. შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში ABC სამკუთხედი ტოლფერდაცაა, ხოლო $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$. მეორეს მხრივ, $t \in (0;1)$ პარამეტრის საშუალებით $\angle AOB = 3 - t - t$. ე, ი. $3 - 2t = \frac{\pi}{2}$, საიდანაც ვიღებთ, რომ $t = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$ და რადგან $\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4} \in (0;\, 1)$, ამიტომ $t = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$, წარმოადგენს ამოცანის პასუხს.

პასუხი: $\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$

ამოხსნის ეტაპები

ა) შენიშნა, რომ A, B და C წერტილები მდებარეობენ ერთეულოვან რადიუსიან წრეწირზე ცენტრით O წერტილში ან t პარამეტრის საშუალებით გამოთვალა ABC სამკუთხედის ერთ-ერთი გვერდი;
ბ) დაადგინა, რომ $\angle ABC = 90^\circ$ ნებისმიერი $t \in (0;1)$ -თვის;
გ) გამოსახა ABC სამკუთხედის ფართობი t პარამეტრის საშუალებით
დ) მიიღო $\cos(3-2t) = 0$ ან მისი ექვივალენტური განტოლება ან დაადგინა, რომ ABC სამკუთხედის ფართობი უდიდესია, თუ ABC ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედია;
ე) პასუხი

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა ან ბ
2 ქულა - ა, ბ ან გ
3 ქულა - გ, დ
4 ქულა - გ, დ, ე

პასუხები

	I ვარიანტი
1	ბ
2	ა
3	გ
4	გ
5	გ
6	ბ
7	ა
8	ბ
9	ა
10	გ
11	დ
12	გ
13	დ
14	ა
15	გ
16	დ
17	გ
18	ა
19	ა
20	დ
21	ბ
22	დ
23	ბ
24	ბ
25	დ
26	ბ
27	ა
28	დ
29	ბ
30	ა
31	$x=-\frac{11}{4}$, $y=\frac{9}{4}$
32	$x=\frac{7}{8}$ ან $x=\frac{5}{8}$
33	$BC=2\sqrt{2}$
34	$k=\sqrt{15}$
35	-3,9; -2,3; 5; 5
36	$x=\log_3\left(-1+\sqrt{2}\right)$

37	$V=16$
38	$S=\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{12}\right)a^2$
39	6 ლიტრი
40	$t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$

პასუხების ფურცელი

აბიტურიენტებს გამოცდაზე დაურიგდებათ ტესტურ დავალებათა რვეული და პასუხების ფურცელი. ტესტურ დავალებათა რვეულში მოცემული იქნება ამოცანათა პირობები და დატოვებული იქნება თავისუფალი ადგილი შავი სამუშაოსათვის, რომელიც აბიტურიენტმა თავისი შეხედულებისამებრ შეიძლება გამოიყენოს. **აბიტურიენტის ნამუშევრის ეს ნაწილი არ შეფასდება.**

აბიტურიენტმა სწორი პასუხები და ამოხსნები უნდა გადაიტანოს პასუხების ფურცელში. ოცდამეთერთმეტე ამოცანიდან მეორმოცეს ჩათვლით აბიტურიენტმა პასუხების ფურცელში ამ ამოცანებისათვის განკუთვნილ ადგილზე უნდა ჩაწეროს ამოცანის ამოხსნა. **ამოხსნაში ნათლად უნდა ჩანდეს ამოცანის ამოხსნის გზა.**