Как подготовиться к единым национальным экзаменам 2014 года

МАТЕМАТИКА

Тбилиси

Содержание

Введение

В 2014 году в Грузии были проведены единые национальные экзамены. По результатам экзаменов произошло зачисление студентов в высшие учебные заведения. Одним из семи письменных экзаменов был экзамен по математике.

Целью экзамена по математике являлась проверка знания программного материала и способности его практического применения. Письменные работы проверялись централизованно по унифицированным критериям.

В сборнике представлен первый вариант экзаменационного теста и схема его оценок.

Тест по математике 2011 года единых национальных экзаменов состоял из 36 задач. Первые 26 задач были задачами с 4 вариантами ответов, из которых лишь один был верным. В этой части теста за каждую задачу ставился 1 балл или 0 баллов. За указание правильного ответа ставился 1 балл. Задачи с двадцать седьмой по тридцать шестую являлись задачами открытого типа. Для того, чтобы получить положительную оценку в этих задачах, недостаточно было указать лишь правильный ответ, было также необходимо изложить ход решения задачи. Из задач окрытого типа первые четыре задачи оценивались в 2 балла, следующие три задачи – в 3 балла, и последние три задачи – в 4 балла. Максимально возможное количество баллов за тест равнялось 55. Для сдачи экзамена абитуриент должен был набрать не менее 14 баллов (более 25% от максимально возможного количества баллов за тест).

В формате теста по математике 2012 года единых национальных экзаменов планируется внесение изменений. В тест добавятся четыре задачи с выборочными ответами, т.е. тест будет состоять из 40 задач. Первые 30 задач станут задачами с 4 вариантами ответов, из которых лишь один будет верным. Каждая такая задача оценится в 1 балл или 0 баллов. Задачи с тридцать первой по сороковую будут задачами открытого типа. Из них первые четыре задачи оценятся в 2 балла, следующие три задачи – в 3 балла, и последние три задачи – в 4 балла. Максимально возможное количество баллов за тест будет равняться 59. Для сдачи экзамена абитуриент должен будет набрать не менее 15 баллов (более 25% от максимально возможного количества баллов за тест).

Авторы надеются, что сборник поможет абитуриентам лучше подготовиться к экзамену по математике.

Просим направлять ваши замечания и предложения по адресу:

Тбилиси, 0186
ул. Миндели, 9

Группа по математике Национального экзаменационного центра

Экзаменационная программа

Экзаменационная программа по математике составлена группой по математике Национального экзаменационного центра совместно с консультативным советом при центре, в состав которого входили представители высших учебных заведений и научно-исследовательских институтов.

Основой экзаменационной программы является национальный учебный план по математике.

В левом столбце экзаменационной программы (перечень вопросов) перечислены те математические понятия, определения и теоремы, знание которых требуется от абитуриента. Уточнение этих вопросов дано в правом столбце (требования и уточнения), где указано, какие знания должен иметь абитуриент по данному вопросу. В случае, если правый столбец пуст, от абитуриента требуется лишь знание данного понятия или теоремы и умение его применять.

Экзаменационная программа по математике 2012 года

Алгебра

№	Перечень вопросов	Требования и уточнения
1	Множества. Операции над множествами.	Пересечение множеств, их объединение, дополнение множества; диаграммы Венна.
2	Натуральные числа. Простые и составные числа. Кратное и делитель.	Арифметические действия над натуральными числами.
		Разложение числа на простые множители.
		Нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного нескольких чисел.
		Признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9 и на 10.
		Деление с остатком.
3	Целые числа.	Арифметические действия над целыми числами.
4	Рациональные числа. Простые и десятичные дроби.	Сравнение рациональных чисел и арифметические действия над рациональными числами. Округление целых чисел и десятичных дробей.
5	Иррациональные числа. Действительные числа.	Сравнение действительных чисел и арифметические действия над ними.
6	Числовая ось.	Координата точки. Изображение точки, соответствующей данному действительному числу на числовой оси.
7	Числовые интервалы.	Объединение и пересечение числовых интервалов.
8	Модуль числа.	Геометрический смысл модуля числа.
9	Представление натуральных чисел в разных позиционных системах.	Запись в двоичной позиционной системе чисел, заданных в десятичной, и наоборот.
10	Пропорция.	Основное свойство пропорции, нахождение неизвестного члена пропорции, деление числа в данной пропорции. Прямо пропорциональная и обратно пропорциональная зависимость между величинами.
11	Процент и часть числа.	Нахождение процента и части числа. Нахождение числа по данному проценту или части. Процентное отношение двух чисел.
12	Среднее арифметическое нескольких чисел.	
13	Степени с натуральным и целым показателем.	Возведение в степень произведения, отношения и степени. Произведение и отношение степеней с одинаковыми основаниями.
14	Одночлены и многочлены.	Сложение, вычитание и произведение многочленов.
15	Формулы сокращенного умножения.	$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$, $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$.
16	Разложение многочлена на множители.	Вынесение общего множителя за скобки, способ группировки, разложение на множители с помощью формул сокращенного умножения.
17	Рациональное выражение.	Действия над рациональными выражениями.
18	Корень $n-$ ной степени, арифметический корень.	Свойства арифметического корня.

19	Степень с рациональным показателем.	Свойства степени с рациональным показателем.
20	Алгебраическое выражение.	Преобразование алгебраического выражения и вычисление его значения.
21	Логарифм числа.	Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, отношения и степени. Формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию.
22	Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве.	Координаты точки. Изображение пары и тройки действительных чисел соответственно на координатной плоскости и в координатном пространстве. Формула для вычисления расстояния между двумя точками.
23	Функция. График функции. Композиция функций.	Область определения функции. Множество значений функции. Возрастание функции, ее убывание, четность, нечетность, периодичность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Композиция функций. Функции, содержащие параметр.
		Задание функции посредством таблицы, формулы и графика. Вычисление значения функции для заданного значения аргумента.
24	Градусная и радианная мера угла.	Связь между радианной и градусной мерами угла.
25	Тригонометрические функции: синус, косинус и тангенс.	Значения синуса, косинуса и тангенса для аргументов: $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$, знаки в каждой четверти, периодичность, четность, нечетность.
		Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
		Формулы приведения.
		Формулы для вычисления значений тригонометрических функций для суммы и разности двух аргументов.
		Формулы для вычисления значения тригонометрических функций для двойного аргумента.
26	Уравнение, система уравнений.	Понятие решения и множеств решений уравнения и системы уравнений. Равносильные уравнения и системы уравнений. Уравнения и системы уравнений, содержащие параметр.
27	Линейные уравнения с одним неизвестным.	Решение линейного уравнения.
28	Квадратные уравнения с одним неизвестным.	Дискриминант.
		Решение квадратного уравнения.
		Теорема Виета. Обратная теорема Виета.
29	Квадратный трёхчлен.	Корни квадратного трёхчлена. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.
30	Системы алгебраических уравнений с двумя неизвестными.	Решение таких систем алгебраических уравнений с двумя неизвестными, в которых одно уравнение линейно, а степень второго уравнения не более двух.
31	Задачи на составление уравнений и систем уравнений.	Решение задач с применением уравнений и систем уравнений.
32	Числовые неравенства.	Свойства числовых неравенств.

33	Неравенства, система неравенств.	Понятие решения и множества решений неравенства и системы неравенств. Представление решения неравенства с двумя неизвестными и системы неравенств на координатной плоскости. Равносильные неравенства.
34	Неравенства и системы неравенств с одним неизвестным.	Решение квадратных и рациональных неравенств и систем неравенств.
35	Линейные, квадратичные, степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции и их графики.	Область определения, множество значений, области возрастания и убывания функций: $y = kx + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$, $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$.
36	Иррациональные уравнения.	Решение иррациональных уравнений, сводимых к линейным и квадратным.
37	Показательные уравнения и неравенства.	Решение показательных уравнений и неравенств.
38	Логарифмические уравнения и неравенства.	Решение логарифмических уравнений и неравенств.
39	Тригонометрические уравнения.	Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
40	Числовая последовательность.	Нахождение членов последовательности по формуле $n-$ого члена.
41	Арифметическая прогрессия.	Формулы вычисления $n-$ого члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.
42	Геометрическая прогрессия.	Формулы вычисления $n-$ого члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
43	Элементы комбинаторики.	Число перестановок, число сочетаний, число размещений.

Геометрия

Планиметрия

№	**Перечень вопросов**	**Требования и уточнения**
1	Точка, прямая. Луч, отрезок, ломаная.	
2	Длина отрезка, длина ломаной.	
3	Угол, градусная мера угла, прямой, острый, тупой и развёрнутый угол.	
4	Биссектриса угла.	Свойство биссектрисы угла.
5	Серединный перпендикуляр отрезка.	Свойство серединного перпендикуляра отрезка.
6	Вертикальные и смежные углы.	Сумма смежных углов. Равенство вертикальных углов.
7	Параллельность прямых. Углы, полученные при пересечении двух прямых секущей.	Свойства углов, полученных при пересечении двух прямых секущей. Признаки параллельности прямых.

8	Угол между двумя прямыми. Перпендикулярность прямых. Перпендикуляр, наклонная и проекция. Расстояние от точки до прямой.	
9	Многоугольник и его элементы: сторона, вершина, угол, диагональ. Периметр многоугольника.	
10	Выпуклый многоугольник.	Сумма углов выпуклого многоугольника.
11	Треугольник и его элементы: сторона, угол, вершина, медиана, биссектриса, высота.	
12	Углы треугольника.	Сумма углов треугольника. Свойство внешнего угла треугольника.
13	Равенство треугольников.	Признаки равенства треугольников.
14	Неравенство треугольника.	
15	Соотношения между сторонами и углами треугольника.	В треугольнике против большей стороны (большего угла) лежит больший угол (большая сторона).
16	Медиана треугольника.	Свойство медиан треугольника (все три медианы треугольника пересекаются в одной точке и каждая из них точкой пересечения делится в отношении 2:1, считая от вершины).
17	Биссектриса треугольника.	Свойство биссектрисы треугольника (в треугольнике биссектриса угла делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам).
18	Частные случаи треугольников: прямоугольный, остроугольный, тупоугольный, равнобедренный, равносторонний	
19	Равнобедренный треугольник.	Свойства равнобедренного треугольника (углы при основании равнобедренного треугольника равны; в равнобедренном треугольнике медиана, проведённая к основанию, является биссектрисой и высотой).
20	Прямоугольный треугольник.	Признаки равенства прямоугольных треугольников.
		Свойство катета лежащего против угла в 30°-ов.
		Тригонометрические соотношения между углами и сторонами в прямоугольном треугольнике.
		Соотношения между высотой, опущенной на гипотенузу, катетами, проекциями катетов и гипотенузой (например: $h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
21	Теорема Пифагора	
22	Теорема Фалеса	
23	Средняя линия треугольника	Свойство средней линии треугольника.
24	Подобие треугольников	Признаки подобия треугольников.
		Отношение периметров и площадей подобных треугольников.
25	Теорема синусов	
26	Теорема косинусов	
27	Решение треугольника	

28	Параллелограмм	Свойства сторон и углов параллелограмма. Свойства диагоналей параллелограмма (точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии; сумма квадратов длин диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов длин его сторон).
29	Ромб	Свойства диагоналей ромба.
30	Прямоугольник, квадрат	Равенство диагоналей прямоугольника.
31	Трапеция и её элементы: основание, боковая сторона, высота. Средняя линия трапеции.	Свойство средней линии трапеции.
32	Частные случаи трапеции: равнобедренная трапеция, прямоугольная трапеция.	
33	Равнобедренная трапеция.	Свойства равнобедренной трапеции.
34	Площадь плоской фигуры.	Площадь плоской фигуры равна сумме площадей ее составных частей.
35	Площадь квадрата, прямоугольника, треугольника, параллелограмма и трапеции.	Формулы площади квадрата, прямоугольника, треугольника, параллелограмма и трапеции.
36	Окружность, круг и их элементы: центр, радиус, диаметр, хорда, дуга, сектор, сегмент.	Градусная мера дуги. Число π. Формулы для вычисления длин окружности и дуги. Свойства диаметра, перпендикулярного к хорде.
37	Центральные и вписанные углы.	Соотношение между центральными и вписанными углами, опирающимися на одну и ту же дугу.
38	Секущая и касательная к окружности.	Свойство касательной, проведённой к окружности из данной точки. Равенство двух касательных, проведённых к окружности из одной точки. Свойство пересекающихся хорд. Свойство секущей и касательной, проведенной к окружности из одной точки.
39	Окружности, вписанные в треугольник и описанные около треугольника.	Положение центра окружности, вписанной в треугольник. Положение центра окружности, описанной около треугольника. Формулы для вычисления радиусов описанной и вписанной окружностей треугольника (: $R=\frac{abc}{4S}$, $R=\frac{a}{2\sin A}$, $r=\frac{2S}{a+b+c}$)
40	Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильных многоугольников.	Соотношение между стороной правильного многоугольника и радиусами вписанной и описанной окружностей (например: $R=\frac{a}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$, $r=\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$).
41	Площадь правильного многоугольника.	Формулы для вычисления площади правильного многоугольника с помощью радиусов вписанной в него, описанной около него окружностей и стороны многоугольника.
42	Площадь круга и кругового сектора.	Формулы для вычисления площадей круга и кругового сектора.

43	Геометрические преобразования на плоскости. Их композиции.	Центральная симметрия. Центр симметрии. Симметричность фигуры относительно точки.
		Осевая симметрия. Ось симметрии. Симметричность фигуры относительно оси.
		Параллельный перенос. Гомотетия. Поворот вокруг точки.

Стереометрия

№	Перечень вопросов	Требования и уточнения
1	Точка, прямая и плоскость в пространстве.	
2	Взаимное расположение прямых в пространстве.	Пересекающие, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки параллельности прямых.
3	Ортогональная проекция точки, прямой и отрезка на плоскость.	
4	Перпендикулярность прямой и плоскости.	Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
5	Параллельность прямой и плоскости.	Признак параллельности прямой и плоскости.
6	Параллельные плоскости.	Признаки параллельности двух плоскостей.
7	Угол между плоскостями.	
8	Перпендикулярные плоскости.	Признак перпендикулярности двух плоскостей.
9	Перпендикуляр, наклонная и её проекция. Расстояние от точки до плоскости.	Теорема о трёх перпендикулярах.
10	Угол между прямой и плоскостью.	
11	Двугранный угол. Мера двугранного угла.	
12	Многогранник и его элементы (вершина, грань, ребро).	
13	Призма и её элементы (основание, боковая грань, боковое ребро, высота, диагональ). Диагональное сечение прямой призмы.	
14	Частные виды призмы (прямая призма, правильная призма, прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб).	
15	Пирамида и её элементы (вершина, боковое ребро, основание, боковая грань, высота).	
16	Правильная пирамида. Апофема.	
17	Цилиндр и его элементы (радиус, образующая, основание, высота, ось). Осевое сечение цилиндра.	
18	Конус и его элементы (вершина, основание, образующая, высота). Осевое сечение конуса.	
19	Шар, сфера и их элементы (центр, радиус, диаметр).	
20	Касательная плоскость к шару. Сечение шара плоскостью.	

21	Объёмы и площади поверхности тел.	Объем тела равен сумме объемов его составных частей.
		Вычисление площади боковой поверхности и объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы пирамиды, цилиндра и конуса.
		Вычисление площади поверхности сферы и объёма шара.
22	Развёртки куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.	Восстановление этих фигур по их развёрткам.
23	Векторы на плоскости и в пространстве.	Векторы и операции, определенные над ними: сложение, умножение на скаляр, скалярное произведение векторов, угол между двумя векторами, длина вектора.
		Выражение векторов и операций над ними в координатах.

Анализ данных, вероятность и статистика

№	**Перечень вопросов**	**Требования и уточнеиия**
1	Способы наглядного представления данных.	Точечная, линейная, столбиковая и круговая диаграммы. Масштаб. Шкала.
2	Числовые характеристики данных.	Частота, относительная частота, среднее, медиана, мода, размах, среднее квадратичное отклонение.
3	Элементы теории вероятностей.	Пространство элементарных событий, событие, операции над событиями, несовместные события, противоположное событие, независимые события. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятности события.
		Вычисление вероятности суммы событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Вычисление вероятности противоположного события: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$. Вычисление вероятности произведения независимых событий: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
		Геометрическая вероятность (на отрезке и плоской фигуре).

Единицы меры

№	Перечень вопросов	Требования и уточнения
1	Единицы длины.	Миллиметр (мм), сантиметр (см), дециметр (дм), метр (м), километр (км).
		Соотношение между единицами длины.
2	Единицы площади.	Квадратный миллиметр ($мм^2$), квадратный сантиметр ($см^2$), квадратный дециметр ($дм^2$), квадратный метр ($м^2$), гектар (га), квадратный километр ($км^2$).
		Соотношение между единицами площади.
3	Единицы объёма.	Кубический миллиметр ($мм^3$), кубический сантиметр ($см^3$), кубический дециметр ($дм^3$), литр (л), кубический метр ($м^3$).
		Соотношение между единицами объёма.
4	Единицы массы.	Грамм (г), килограмм (кг), центнер (ц), тонна (т).
		Соотношение между единицами массы.
5	Единицы времени.	Секунда (сек), минута (мин), час (ч).
		Соотношение между единицами времени.
6	Единицы скорости.	Метр в секунду (м/сек), метр в минуту (м/мин), километр в час (км/ч).
		Соотношение между единицами скорости.

Результаты единых национальных экзаменов по математике

Тест по математике сдавали 11433 абитуриента. Из них первый вариант теста писали 5726 абитуриентов, а второй вариант теста – 5707 битуриентов. Минимальный порог компетентности (14 баллов) не смогли преодолеть 3463 абитуриента (30,2 %).

Средний показатель результатов первого теста по математике составил 22,37 балла, средний показатель результатов второго теста по математике составил 22,28 балла, стандартное отклонение баллов теста равнялось 12,5.

В тесте по математике максимальные 55 баллов получили двадцать три абитуриента.

Кумулятивное распределение:

С помощью кумулятивного распределения для каждого абитуриента по набранному им баллу определяется его место (рейтинг) в данной популяции, т.е. среди тех абитуриентов, которые выполнили тот же вариант теста. Например, если кумулятивный балл абитуриента равен 80, это значит, что лучше него задания теста выполнили 20% абитуриентов. Графики кумулятивного распределения результатов теста дают возможность определить кумулятивный балл каждого абитуриента по набранным баллам. Например, кумулятивный балл того абитуриента, который в первом варианте экзаменационного теста набрал 30 баллов, равен 73,45, а кумулятивный балл того абитуриента, который получил те же 30 баллов во втором варианте теста, равен 74,03.

График кумулятивного распределения первого варианта

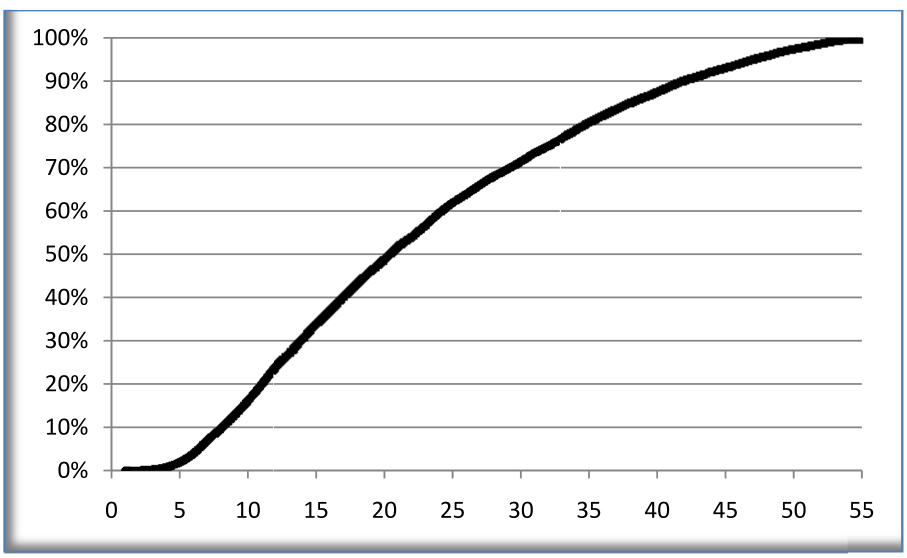
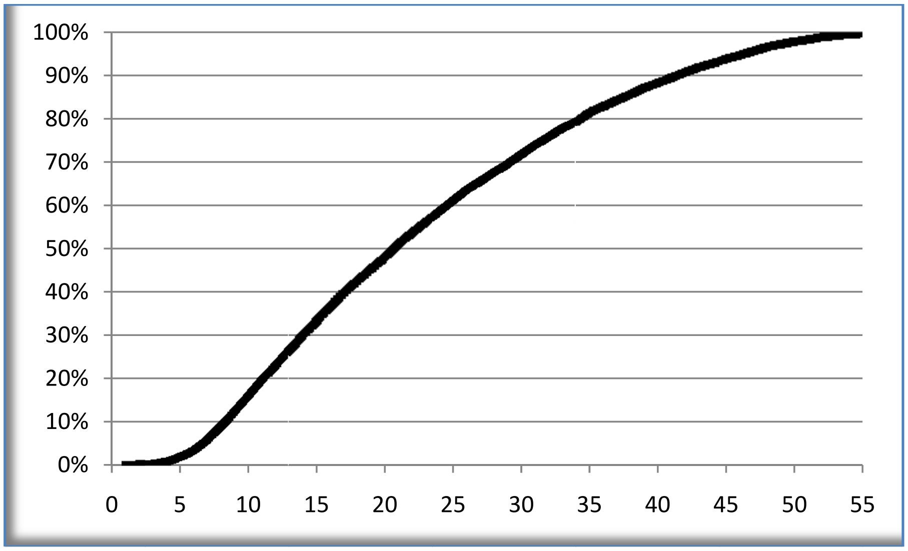


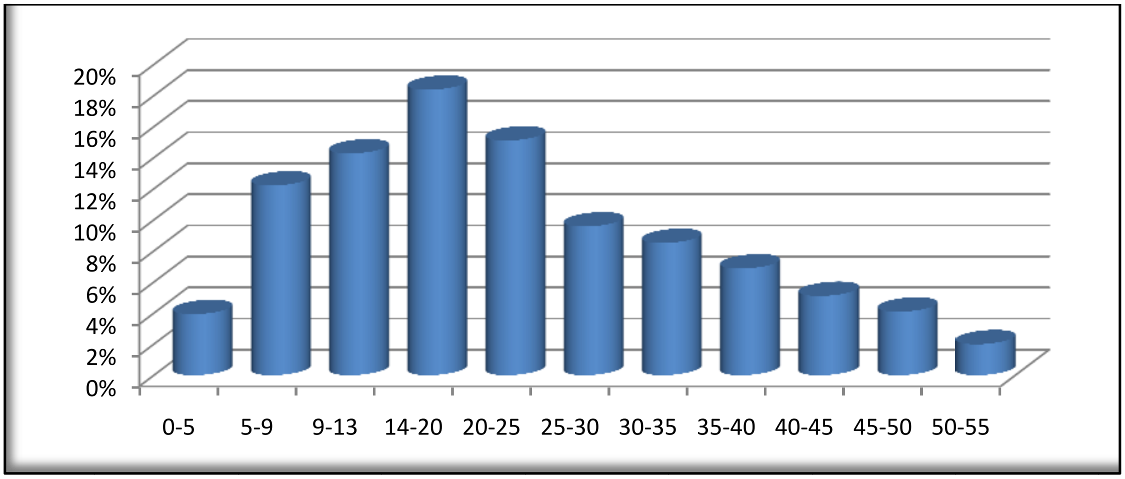
График кумулятивного распределения второго варианта



Плотность распределения баллов:

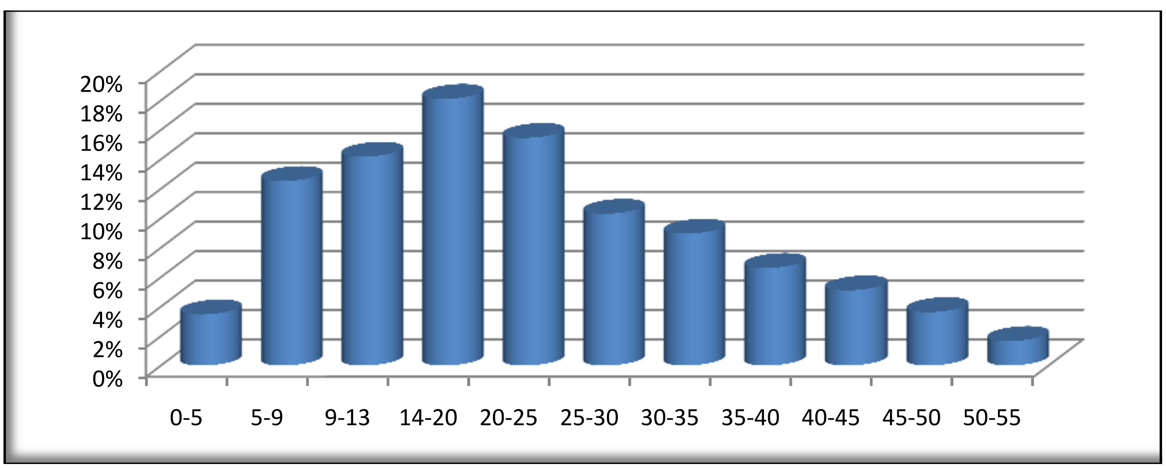
График плотности распределения (гистограмма) баллов, набранных абитуриентами, даёт представление о том, сколько процентов абитуриентов набрали тот или иной балл или баллы в данном интервале. Нижеприведенные гистограммы построены 5-бальным шагом, и с их помощью можно определить лишь сколько процентов от числа всех абитуриентов набрали баллы от 0 до 5, от 5 до 10 и т.д.

Плотность распределения баллов первого варианта



Промежуток баллов	0-5	5-9	9-13	14-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
Количество абитуриентов	225	699	817	1052	865	548	487	393	292	234	114
Процентное распределение	3.9%	12.2%	14.3%	18.4%	15.1%	9.6%	8.5%	6.9%	5.1%	4.1%	2.0%

Плотность распределения баллов второго варианта



Промежуток баллов	0-5	5-9	9-13	14-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
Количество абитуриентов	198	715	809	1033	882	588	511	378	291	207	95
Процентное распределение	3.6%	12.5%	14.2%	18.1%	15.5%	10.3%	9.0%	6.6%	5.1%	3.7%	1.4%

Образцы экзаменационных заданий

I вариант

Задача 1 **1 балл**

$1,6 - \frac{2}{3} =$

а) 1 б) $\frac{14}{15}$ в) $1\frac{1}{2}$ г) $\frac{19}{30}$

Задача 2 **1 балл**

Число a при делении на 11 даёт в остатке 3. Какой остаток получится при делении числа $(2a+7)$ на 11?

а) 2 б) 9 в) 5 г) 1

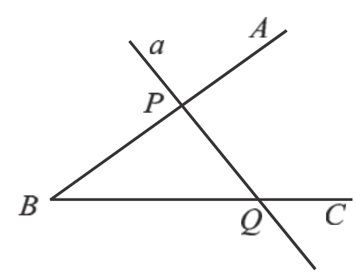
Задача 3 **1 балл**

Числитель и знаменатель дроби - положительные числа. Как изменится дробь, если числитель увеличить на 20%, а знаменатель уменьшить на 50%?

а) Увеличится на 24%
б) Уменьшится на 30%
в) Увеличится в 2,4 раза
г) Увеличится в $\frac{5}{2}$ раз

Задача 4 **1 балл**

Прямая a пересекает стороны угла ABC в точках P и Q так, как показано на рисунке. Найти величину угла ABC, если $\angle APQ = 85°$ и $\angle PQC = 135°$.



а) 30° б) 45° в) 40° г) 50°

Задача 5 **1 балл**

Одна из сторон параллелограмма перпендикулярна и равна диагонали параллелограмма. Найти величину наибольшего угла параллелограмма.

а) $110°$ б) $120°$ в) $135°$ г) $150°$

Задача 6 **1 балл**

Если некоторое число делится на 4 и на 6, то оно **<u>всегда</u>** кратно

а) 8 б) 12 в) 15 г) 24

Задача 7 **1 балл**

$4^{-\frac{5}{2}} =$

а) $\frac{1}{32}$ б) -32 в) $\frac{1}{\sqrt[5]{16}}$ г) $\frac{1}{16}$

Задача 8 **1 балл**

Если $a:2=b:5$, то $\frac{a-2b}{a+3b}=$

а) $-\frac{1}{4}$ б) $-\frac{8}{17}$ в) $-\frac{2}{3}$ г) $\frac{1}{11}$

Задача 9 **1 балл**

Найти значение выражения $2x^2-4xy+2y^2$, если $x-y=3$.

а) 18 б) 6 в) 12 г) 9

Задача 10 **1 балл**

Фигура, образованная вращением прямоугольной трапеции вокруг большего основания, является

а) Конусом
б) Цилиндром
в) Объединением конуса и цилиндра
г) Объединением двух конусов

Задача 11 **1 балл**

Если выпуклый четырёхугольник имеет центр симметрии, то этот четырёхугольник <u>**обязательно**</u> является

а) Равнобедренной трапецией
б) Ромбом
в) Прямоугольником
г) Параллелограммом

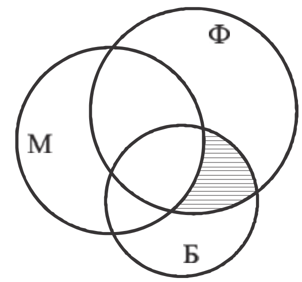
Задача 12 **1 балл**

Из двух станций, расположенных на расстоянии 80 км друг от друга, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Скорость первого поезда составляет V км/час. С какой скоростью двигался второй поезд, если поезда встретились через T часов после начала движения?

а) $\frac{1}{2}\cdot\left(V+\frac{80}{T}\right)$ б) $\frac{40V+80}{2T}$ в) $\frac{80-VT}{T}$ г) $\frac{80V}{TV-40}$

Задача 13 **1 балл**

На диаграмме Венна, изображенной на рисунке, круг ***М*** представляет множество тех учеников класса, которые участвовали в математической олимпиаде, круг ***Ф*** – множество тех учеников, которые участвовали в физической олимпиаде, а круг ***Б*** – множество тех учеников, которые участвовали в биологической олимпиаде.



Какое из нижеперечисленных множеств соответствует заштрихованной части диаграммы?

а) Множество тех учеников, которые не участвуют в математической и биологической олимпиадах и участвуют в физической олимпиаде
б) Множество тех учеников, которые участвуют в математической и физической олимпиадах и не участвуют в биологической олимпиаде
в) Множество тех учеников, которые не участвуют в математической и физической олимпиадах и участвуют в биологической олимпиаде
г) Множество тех учеников, которые участвуют в биологической и физической олимпиадах и не участвуют в математической олимпиаде

Задача 14 **1 балл**

Вычислить координаты вектора $3\vec{a}-2\vec{b}$, если $\vec{a}=(-2;\,3)$ и $\vec{b}=(-5;\,1)$.

а) $(4;\,7)$ б) $(-16;\,7)$ в) $(4;\,-7)$ г) $(-16;\,-7)$

Задача 15 **1 балл**

Расположить по <u>**возрастанию**</u> числа a, a^2 и a^3, если $-1<a<0$.

а) $a,\,a^2,\,a^3$
б) $a^2,\,a,\,a^3$
в) $a,\,a^3,\,a^2$
г) $a^3,\,a,\,a^2$

Задача 16 **1 балл**

Решить неравенство

$$5-\frac{4-5x}{3}>\frac{3x+5}{4}.$$

а) $\left(\frac{9}{16};+\infty\right)$ б) $\left(-\infty;-\frac{5}{4}\right)$ в) $\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$ г) $\left(-\frac{29}{11};+\infty\right)$

Задача 17 **1 балл**

Для какого значения параметра a точка $N\left(a;\,4a+a^2\right)$ расположена на графике функции $y=x^2-5x+3$?

а) 1 б) $\frac{4}{3}$ в) $\frac{1}{3}$ г) -1

Задача 18 **1 балл**

В классе 25 учеников. Из них 80% получили семестровую оценку 7 баллов или больше. Чему равна вероятность того, что из двух случайно выбранных учеников оба получили оценку меньше 7 баллов?

а) $\frac{1}{30}$ б) $\frac{19}{30}$ в) $\frac{1}{4}$ г) $\frac{1}{25}$

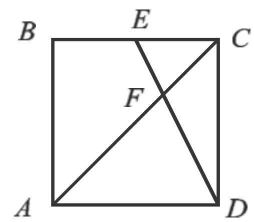
Задача 19 **1 балл**

Найти область определения функции $f(x)=\frac{\sqrt{x-5}}{7-x}$.

а) $[5;\,7)\cup(7;\,+\infty)$ б) $[5;\,+\infty)$ в) $(5;\,7]$ г) $\left[\sqrt{5};\,7\right)\cup\left(7;\,+\infty\right)$

Задача 20 **1 балл**

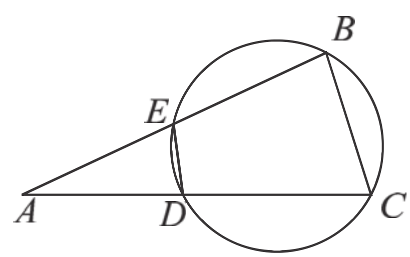
Сторона квадрата $ABCD$ равна $\sqrt{2}$. Точка E - середина стороны BC. Отрезок ED пересекает диагональ AC в точке F. Найти длину отрезка AF.



а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{2}{3}$ в) $\frac{3}{4}$ г) $\frac{4}{3}$

Задача 21 **1 балл**

Из точки A, лежащей вне окружности, проведены две секущие, одна из которых пересекает окружность в точках E и B, а другая - в точках D и C так, как показано на рисунке. Найти величину угла ADE, если $\angle ACB = 57°$, $\angle BAC = 36°$.



а) $43{,}5°$ б) $87°$ в) $73°$ г) $46{,}5°$

Задача 22 **1 балл**

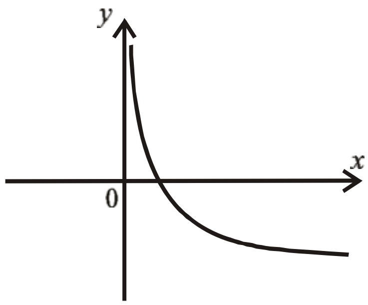
В классе учились 10 мальчиков и 8 девочек. Их количественное распределение было представлено на круговой диаграмме. На сколько градусов увеличится величина центрального угла сектора, соответствующего мальчикам, если в класс дополнительно поступят двое мальчиков?

а) $4°$ б) $8°$ в) $12°$ г) $16°$

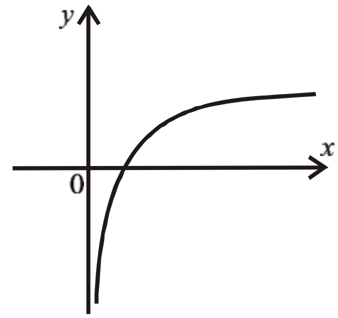
Задача 23 **1 балл**

Какой из данных ниже графиков может быть графиком функции $y = \log_2 x$?

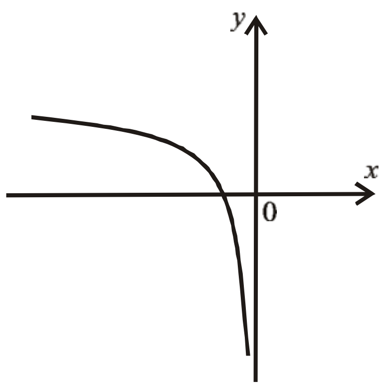
а)



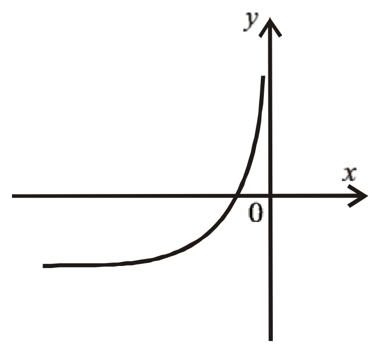
б)



в)



г)



Задача 24 **1 балл**

Задан треугольник ABC, в котором сторона $AB = 28$, а $\angle C = 120°$. Чему равна длина наименьшей стороны треугольника, если $AC : BC = 3 : 5$?

а) 9 б) 12 в) 15 г) 18

Задача 25 **1 балл**

Какая из нижеперечисленных фигур может получиться в сечении правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, параллельной боковой грани и не проходящей через вершину пирамиды?

а) треугольник

б) параллелограмм

в) прямоугольная трапеция

г) равнобедренная трапеция

Задача 26 **1 балл**

В каком из нижеперечисленных промежутков находится значение выражения $8\log_6 2+9\log_6 3$?

а) [7; 8] б) [8; 9] в) [9; 10] г) [10; 11]

Задача 27 **1 балл**

Чему равна площадь правильного двенадцатиугольника, если радиус окружности, описанной около него, равен 2?

а) 12 б) $6\sqrt{3}$ в) 8 г) $12\sqrt{3}$

Задача 28 **1 балл**

Первый член арифметической прогрессии равен 5. Чему равен последний член этой прогрессии, если известно, что среднее арифметическое членов этой прогрессии равно 6.

а) -1 б) 1 в) 3 г) 7

Задача 29 **1 балл**

Чему равно значение выражения $\dfrac{\sqrt{1-\sin\alpha}}{\sqrt{1+\sin\alpha}}-\dfrac{\sqrt{1+\sin\alpha}}{\sqrt{1-\sin\alpha}}$, если $\cos\alpha=-\dfrac{1}{3}$ и $0<\alpha<\pi$.

а) $-3\sqrt{3}$ б) $-4\sqrt{2}$ в) $4\sqrt{2}$ г) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Задача 30 **1 балл**

В прямоугольной системе координат гомотетия с центром в начале координат и с коэффициентом k отображает точку $A(2;\ 3)$ в точку $B(2x-1;x)$. Найти k.

а) $\dfrac{1}{4}$ б) $\dfrac{3}{4}$ в) $\dfrac{3}{2}$ г) $\dfrac{4}{3}$

Задача 31 **2 балла**

Решить систему уравнений

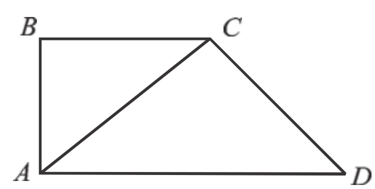
$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

Задача 32 **2 балла**

Решить уравнение $|4x-3|=\dfrac{1}{2}$.

Задача 33 **2 балла**

Найти меньшее основание BC прямоугольной трапеции $ABCD$, если $\angle BCD=135°$, $AC=CD=4$.



Задача 34 **2 балла**

В прямоугольной системе координат Oxy прямая $y = kx$ с положительным направлением оси абсцисс составляет угол, косинус которого равен $\frac{1}{4}$. Найти k, если $k > 0$.

Задача 35 **3 балла**

Даны четыре числа, среднее которых равно 0,95, медиана равна 1,35, а мода равна 5 и она единственна. Найти эти числа.

Задача 36 **3 балла**

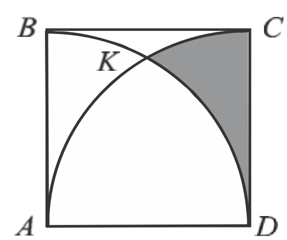
Решить уравнение $3^x - 3^{-x} + 2 = 0$.

Задача 37 **3 балла**

Длина бокового ребра правильной четырехугольной пирамиды равна 4. Найти объем этой пирамиды, если боковое ребро составляет с высотой пирамиды угол в $60°$.

Задача 38 **4 балла**

Длина стороны квадрата $ABCD$ равна a. Из точек A и D как из центров описаны дуги BD и AC окружностей, которые пересекаются в точке K. Найти площадь окрашенной на рисунке фигуры, ограниченной дугами KC и KD и стороной CD квадрата.



Задача 39 **4 балла**

Из сосуда, наполненного 90%-ным раствором спирта, отлили 1л раствора и вместо него в сосуд налили 1л воды. После этого из сосуда опять отлили 2л полученного раствора и в сосуд налили 2л воды. В результате получили 50%-ный раствор спирта. Найти емкость сосуда.

Задача 40 **4 балла**

В прямоугольной системе координат рассмотрим точки $A(\cos(3-t);\sin(3-t))$, $B(\cos t;\sin t)$ и $C(-\cos t;-\sin t)$, зависящие от параметра t. При каком значении параметра $t\in(0;1)$ площадь треугольника ABC примет наибольшее значение?

Схемы оценки заданий I варианта

Задача 31 **2 балла**

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

Решение

Вычитая из первого уравнения системы второе уравнение, получим

$$\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y=9 \\ x-y=-5 \end{cases}$$

Следовательно, $y=\frac{9}{4}$, $x=y-5=-\frac{11}{4}$.

Ответ: $x=-\frac{11}{4}$, $y=\frac{9}{4}$. .

Этапы решения

а) Получение уравнения, относительно одного из неизвестных системы;
б) ответ.

Схема оценки

1 балл: а.
2 балла: б.

Задача 32 **2 балла**

Решить уравнение $|4x-3|=\frac{1}{2}$.

Решение

$$|4x-3|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-3=\frac{1}{2} \\ 4x-3=-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{7}{8} \\ x=\frac{5}{8} \end{array}\right.$$

Ответ: $x=\frac{7}{8}$ или $x=\frac{5}{8}$.

Этапы решений

а) Написание $4x-3=\pm\frac{1}{2}$; или нахождение одного из корней;

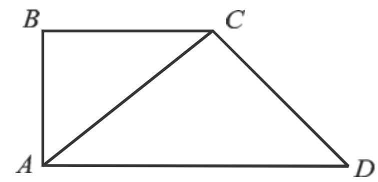
б) ответ.

Схема оценки

1 балл- а;
2 балла- б.

Задача 33 **2 балла**

Найти меньшее основание BC прямоугольной трапеции $ABCD$, если $\angle BCD = 135°$, $AC = CD = 4$.



Решение 1

$\angle CAD = \angle ADC = 180° - \angle BCD = 45°$, $\angle ACD = 180° - \angle CAD - \angle CDA = 90°$

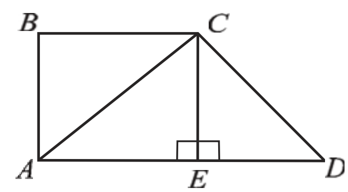
$\angle BAC = \angle BCA = 45°$, $\angle ABC = 90°$, Поэтому $BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Ответ: $BC = 2\sqrt{2}$.

Решение 2

Из вершины C на основание AD опустим перпендикуляр, CE, тогда $\angle DCE = \angle CDE = 135° - 90° = 45°$, и, так как $AC = CD$, получим $AE = ED = BC = 2\sqrt{2}$.

Ответ: $BC = 2\sqrt{2}$.



Этапы решения

а) Указано, что $\angle DCE = 45°$, или $\angle CDE = 45°$, или $\angle CAE = 45°$, или $\angle ACE = 45°$, или $\angle BCA = 45°$, или $\angle BAC = 45°$.

б) ответ.

Схема оценки

1 балл: а.
2 балла: а, б.

Задача 34 **2 балла**

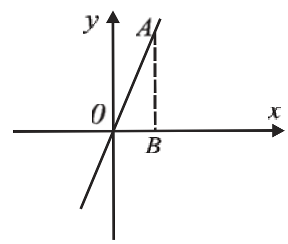
В прямоугольной системе координат Oxy прямая $y = kx$ с положительным направлением оси абсцисс составляет угол, косинус которого равен $\frac{1}{4}$. Найти k, если $k > 0$.

Решение 1

Обозначим через α угол, который составляет данная прямая с положительным направлением оси Ox, $k = \mathrm{tg}\,\alpha$, так как $k > 0$ и $\cos\alpha = \frac{1}{4}$, тогда $k = \mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{15}$

Ответ: $k = \sqrt{15}$

Решение 2



В треугольнике OAB, $OA = 4OB$,
$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{15}OB$ тогда
$\sqrt{15} \cdot OB = k \cdot OB$ т.е $k = \sqrt{15}$.

Этапы решений

а) Указание того, что $k = \mathrm{tg}\,\alpha$;
или вычисление синуса угла;
или запись тождества устанавливающего связь между $\mathrm{tg}\,\alpha$ и $\cos\alpha$;
или запись $OA = 4OB$;
б) ответ.

Схема оценки

1 балл - а;
2 балла - б.

Задача 35 **3 балла**

Даны четыре числа, среднее которых равно 0,95, медиана равна 1,35, а мода равна 5 и она единственна. Найти эти числа.

Решение

Пусть $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$ - искомые числа упорядоченные по возрастанию. Поскольлу мода единственна, то или два или три из этих чисел равны 5. Если три из чисел равны 5, то медиана тоже будет равна 5, что противоречит условию задачи, поэтому только два из этих чисел равны 5, и, поскольку по условию задачи мода больше чем медиана, имеем $x_3 = x_4 = 5$. Тогда медиана равна $\frac{x_2 + x_3}{2} = 1,35$, откуда имеем $x_2 = -2,3$, а из условия $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 0,95$ получаем $x_1 = -3,9$.

Ответ: -3,9; -2,3; 5; 5

Этапы решения

а) Введение переменных (например, $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$) и написание равенства $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 0,95$ или эквивалентного равенства;

б) написание равенства $\frac{x_2 + x_3}{2} = 1,35$ или эквивалентного равенства;

в) Указание, что два из этих чисел равны 5;

г) ответ.

Схема оценки

1 балл: а или б или в.
2 балла: а, г или б, в.
3 балла: а, б, в, г.

Задача 36 **3 балла**

Решить уравнение $3^x - 3^{-x} + 2 = 0$.

Решение

Обозначим $y = 3^x$, тогда уравнение примет вид $y - \frac{1}{y} + 2 = 0$. Сведем это уравнение к виду:

$y^2 + 2y - 1 = 0$. Решим уравнение $y_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$.

$y_1 = -1 - \sqrt{2} < 0$, поэтому уравнение $3^x = -1 - \sqrt{2}$ не имеет решения.

$y_2 = -1 + \sqrt{2} > 0$ поэтому уравнение $3^x = -1 + \sqrt{2}$ имеет единственное решение $x = \log_3\left(-1 + \sqrt{2}\right)$.

Ответ: $x = \log_3\left(-1 + \sqrt{2}\right)$.

Этапы решений

а) Приведение данного уравнения к алгебраическому уравнению (например, $y - \frac{1}{y} + 2 = 0$) или $3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 1 = 0$ или $\left(3^x\right)^2 + 2 \cdot 3^x - 1 = 0$

б) нахождение корней алгебраического уравнения (например, $y = -1 \pm \sqrt{2}$ или $3^x = -1 \pm \sqrt{2}$);

в) ответ.

Схема оценки

1 балл - а;

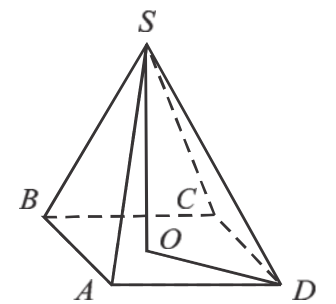
2 балл - б;

3 балл - б, в.

Задача 37 **3 балла**

Длина бокового ребра правильной четырехугольной пирамиды равна 4. Найти объем этой пирамиды, если боковое ребро составляет с высотой пирамиды угол в $60°$.

Решение



Опустим в пирамиде $SABCD$ высоту SO и соединим точку O с вершиной основания D. В треугольнике SOD имеем $\angle SOD = 90°$ $\angle OSD = 60°$, $SD = 4$, поэтому $SO = SD\cos 60° = 2$, и $OD = SD\sin 60° = 2\sqrt{3}$, $AD = OD\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$. Подставив эти значения, получаем

$$V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{осн} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(2\sqrt{6}\right)^2 = 16.$$

Ответ: $V = 16$.

Этапы решения

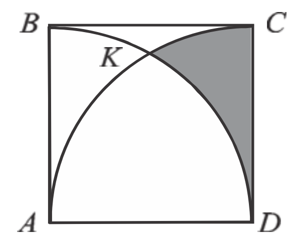
а) Построение чертежа с указанием угла между высотой и боковым ребром;
б) Вычисление высоты пирамиды;
в) Вычисление OD или BD;
г) Вычисление площади основания;
д) ответ.

Схема оценки

1 балл: а или б или в.
2 балла: б, в или г.
3 балла: б, г, д.

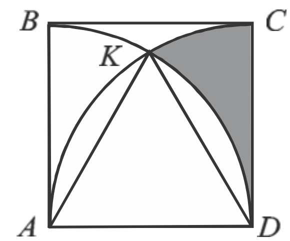
Задача 38 **4 балла**

Длина стороны квадрата $ABCD$ равна a. Из точек A и D как из центров описаны дуги BD и AC окружностей, которые пересекаются в точке K. Найти площадь окрашенной на рисунке фигуры, ограниченной дугами KC и KD и стороной CD квадрата.



Решение

Обозначим площадь кругового сектора соответствующего дуге KD через S_{KD}, площадь кругового сектора соответствующего дуге KC - через S_{KC}, а площадь треугольника AKD через S_{AKD}. Площадь S фигуры, закрашенной на рисунке, равна $S = S_{KC} + S_{AKD} - S_{KD}$.



$AK = KD = AD$, поэтому $\angle KAD = \angle KDA = 60°$, $\angle KDC = 30°$ и

$S_{KD} = \dfrac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot AD^2 = \dfrac{1}{6}\pi a^2$, $S_{KC} = \dfrac{30°}{360°} \cdot \pi \cdot CD^2 = \dfrac{1}{12}\pi a^2$.

Треугольник AKD равносторонний, поэтому $S_{AKD} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} AD^2 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Площадь искомой фигуры

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{12}\pi a^2 - \frac{1}{6}\pi a^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}\right)a^2.$$

Ответ: $S = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{\pi}{12}\right)a^2$.

Этапы решений

а) Площадь искомой фигуры представлена в виде комбинации площадей круговых секторов, сегментов и треугольника (например, $S = S_{KC} + S_{AKD} - S_{KD}$ и $S = S_{KC} - S_{KD\,сегмент}$);

б) Указание на то, что треугольник AKD равносторонний
или $\angle KAD = 60°$,
или $\angle KDA = 60°$,
или $\angle KDC = 30°$;

в) вычисление площади одного из круговых секторов соответствующих дугам KC, KB, KA, KD;

г) вычисление площади треугольника AKD;

д) вычисление площадей круговых секторов соответствующих дугам KC и KD (или равных им секторов);

е) вычисление площади сегмента, соответствующего дуге KD.

ж) ответ.

Схема оценки

1 балл- а или б.

2 балла- а, б; или в; или г.

3 балла- а, в, г; или а, д; или г, д или е.

4 балла- г, д, ж.

Задача 39 **4 балла**

Из сосуда, наполненного 90%-ным раствором спирта, отлили 1л раствора и вместо него в сосуд налили 1л воды. После этого из сосуда опять отлили 2л полученного раствора и в сосуд налили 2л воды. В результате получили 50%-ный раствор спирта. Найти емкость сосуда.

Решение

Пусть ёмкость сосуда равна x л. После того, как из сосуда отлили 1л раствора, в сосуде остался $x-1$ литр раствора, который содержал $0,9(x-1)$ л спирта. После того, как в сосуде долили 1 литр воды, в сосуде оказался x л раствора, который опять содержал $0,9(x-1)$ л спирта. При этом спирт составил $\frac{0,9(x-1)}{x}$ часть всего раствора. Из полученного раствора опять отлили 2 литра и в сосуде остался $x-2$ литра раствора, который содержал $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x}$ л спирта. После этого в сосуде опять долили 2 литра воды и получили x л раствора, содержащего $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x}$ л спирта, что составляет $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}$ часть всего раствора. Согласно условию задачи при этом получили 50%-ний раствор спирта: $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5$.

Решим это уравнение: $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5 \;\Rightarrow\; 9x^2-27x+18=5x^2 \;\Leftrightarrow\; 4x^2-27x+18=0.$

$$x=\frac{27\pm\sqrt{729-288}}{8}=\frac{27\pm 21}{8}=\left[\begin{array}{l}0,75\\ 6\end{array}\right..$$

Из полученных корней условию задачи удовлетворяет только один: $x=6$.

Ответ: Емкость сосуда составляет 6 литр.

Этапы решения

а) Введение переменной и выражение с её помощью обьёма или доли спирта или воды в растворе после добавления 1л воды (например $\frac{0,9(x-1)}{x}$ или $0,9(x-1)$);

б) Выражение с помощью переменной обьёма или доли спирта или воды в растворе после добавления 2л воды (например $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}$ или $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x}=0,9(x-1)-\frac{1,8(x-1)}{x}$);

в) получение уравнения $\frac{0,9(x-1)(x-2)}{x^2}=0,5$ или эквивалентного уравнения, из которого можно найти ёмкость сосуда;

г) ответ.

Схема оценки

1 балл: а;
2 балла: б;
3 балла: б, в.
4 балла: в, г.

Задача 40 **4 балла**

В прямоугольной системе координат рассмотрим точки $A(\cos(3-t);\sin(3-t))$, $B(\cos t;\sin t)$ и $C(-\cos t;-\sin t)$, зависящие от параметра t. При каком значении параметра $t\in(0;1)$ площадь треугольника ABC примет наибольшее значение?

Решение

Пусть точка O является началом прямоугольной системы координат, тогда легко проверить.что $|OA|=|OB|=|OC|=1$, т.е точки A, B и C лежат на единичной окружности с центром в точке O для любого $t\in(0;1)$. Так как точки B и C симметричны относительно начала координат, то BC является диаметром этой окружности для любого $t\in(0;1)$. Значит треугольник ABC является прямоугольным треугольником. Имеем

$$|AB|=\sqrt{(\cos(3-t)-\cos t)^2+(\sin(3-t)-\sin t)^2}=\sqrt{2-2\cos(3-t)\cos t-2\sin(3-t)\sin t}$$
$$=\sqrt{2-2\cos(3-2t)}$$
$$|AC|=\sqrt{(\cos(3-t)+\cos t)^2+(\sin(3-t)+\sin t)^2}=\sqrt{2+2\cos(3-t)\cos t+2\sin(3-t)\sin t}$$
$$=\sqrt{2+2\cos(3-2t)}$$

тогда площадь треугольника ABC равна

$$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|AC|=\sqrt{1-\cos(3-2t)}\sqrt{1+\cos(3-2t)}=\sqrt{(1-\cos(3-2t))(1+\cos(3-2t))}=$$
$$=\sqrt{1-\cos^2(3-2t)}.$$

S - принимает максимальное значение когда $\cos^2(3-2t)=0$, т.е $\cos(3-2t)=0$, решением которого в интервале $(0;1)$ является $t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$.

Ответ: $\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$

Решение 2

Пусть точка O является началом прямоугольной системы координат, тогда легко проверить.что $|OA|=|OB|=|OC|=1$, т.е точки A, B и C лежат на единичной окружности с центром в точке O. Так как точки B и C симметричны относительно начала координат, то BC является диаметром этой окружности для любого $t\in(0;1)$. Значит треугольник ABC является прямоугольным с гипотенузой $BC=2$ для любого $t\in(0;1)$. Поэтому площадь треугольника ABC, $S=\frac{1}{2}h\cdot|BC|=h$ примет наибольшее значение тогда и только тогда, когда высота h, опущенная из точки A на гипотенузу BC примет наибольшее возможное значение 1(единицу). Покажем, что существует такое $t\in(0;1)$ и найдем его. Заметим, что в этом случае треугольник ABC также и равнобедренний, а угол $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$. С другой стороны $\angle AOB=3-t-t$, т.е $3-2t=\frac{\pi}{2}$, откуда получаем $t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$ т.к. $\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}\in(0;\,1)$, то $t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$ есть ответ задачи.

Ответ: $\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$

Этапы решений

а) Замечание, что точки A, B и C лежат на единичной окружности с центром в точке O, или вычисление одной из сторон треугольника ABC с помощью параметра t;

б) установление того, что $\angle ABC = 90^\circ$ для любого $t \in (0;1)$;

в) выражение площади треугольника ABC с помощью параметра;

г) получение уравнения $\cos(3-2t)=0$ или эквивалентного уравнения или установление того, что площадь треугольника ABC наибольшая, если ABC является равнобедренным, прямоугольным треугольником;

д) ответ

Схема оценки

1 балл- а или б

2 балла- а, б или в

3 балла- в, г

4 балла- в, г, д

Ответы

№ Задачи	Ответ
1	б
2	а
3	в
4	в
5	в
6	б
7	а
8	б
9	а
10	в
11	г
12	в
13	г
14	а
15	в
16	г
17	в
18	а
19	а
20	г
21	б
22	г
23	б
24	б
25	г
26	б
27	а
28	г
29	б
30	а
31	$x=-\frac{11}{4}$, $y=\frac{9}{4}$
32	$x=\frac{7}{8}$ или $x=\frac{5}{8}$
33	$BC=2\sqrt{2}$
34	$k=\sqrt{15}$
35	-3,9; -2,3; 5; 5
36	$x=\log_3\left(-1+\sqrt{2}\right)$
37	$V=16$
38	$S=\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{12}\right)a^2$
39	6 литров
40	$t=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{4}$

Лист ответов

На экзаменах абитуриентам раздадут тетради тестовых заданий и листы ответов. В тетради тестовых заданий будут даны условия задач и оставлено место для черновой работы, которое абитуриент может использовать по своему усмотрению. **Эта часть работы абитуриента не будет оцениваться.**

Правильные ответы и решения абитуриент должен перенести в лист ответов. Решение каждой из задач с тридцать первой по сороковую включительно абитуриент должен перенести в лист ответов на то место, которое выделено именно для этой задачи. **Для каждой из задач должен быть четко указан ход решения.**