

როგორ მოვემზადოთ პედაგოგთა 2014 წლის
სასერტიფიკაციო გამოცდისათვის

მათემატიკა

თბილისი

საგამოცდო კრებული წარმოადგენს „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ საკუთრებას და დაცულია საქართველოს კანონით- „საავტორო და მომიჯნავე უფლებების შესახებ“. „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ ნებართვის გარეშე დაუშვებელია ტექსტში რაიმე ცვლილების შეტანა, მისი რეპროდუქცია, თარგმნა და სხვა საშუალებებით (როგორც ბეჭდვითი, ასევე ელექტრონული ფორმით) გავრცელება, აგრეთვე იკრძალება საგამოცდო კრებულის გამოყენება კომერციული მიზნებისათვის.

სარჩევი

შესავალი -----	4
საგამოცდო პროგრამა -----	5
ალგებრა და ანალიზის საწყისები -----	6
გეომეტრია -----	12
მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა -----	19
ზომის ერთეულები -----	20
საგამოცდო ტესტი -----	21
ტესტის პასუხები -----	39

შესავალი

2013 წელს საქართველოში ჩატარდა პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდა მათემატიკაში, რომელიც მიზნად ისახავდა საგამოცდო პროგრამაში ასახული მასალის ცოდნისა და ამ ცოდნის პრაქტიკული გამოყენების უნარის შემოწმებას. წერითი ნამუშევრები გასწორდა ცენტრალიზებულად, შეფასების უნიფიცირებული კრიტერიუმებით.

წინამდებარე კრებულში მოყვანილია 2013 წლის გამოცდაზე გამოყენებული ტესტი, მისი პასუხები და შეფასების სქემა.

ტესტი შედგებოდა 36 დავალებისაგან. აქედან პირველი 32 იყო ასარჩევი პასუხების მქონე, ანუ ყოველ მათგანს თან ახლდა 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთი იყო სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდებოდა 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერებოდა სწორი პასუხის მითითებისათვის. ოცდამეცამეტიდან ოცდამეთექვსმეტის ჩათვლით დავალებები ღია ტიპის იყო. ოცდამეცამეტე დავალება ფასდებოდა 4 ქულით, ოცდამეთოთხმეტე - 7 ქულით, ხოლო ოცდამეთხუთმეტე და ოცდამეთექვსმეტე კი - თითოეული 8 ქულით. სულ ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულა 59-ის ტოლი იყო. გამოცდის ჩასაბარებლად საჭირო იყო გამოსაცდელს მოეგროვებინა არანაკლებ 36 ქულისა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 60% - ზე მეტი).

2014 წლის პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდის ტესტის ფორმატში ცვლილებების შეტანა დაგეგმილი არ არის.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება მათემატიკის პედაგოგებს უკეთ მოემზადონ სასერტიფიკაციო გამოცდისთვის მათემატიკაში.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186

მინდელის ქ. 9

გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგამოცდო პროგრამა

საგამოცდო პროგრამა ეფუძნება საბაზო და საშუალო საფეხურის მასწავლებლის პროფესიულ სტანდარტს მათემატიკაში.

საგამოცდო პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოეთხოვება გამოსაცდელს სასერტიფიკაციო გამოცდის ჩასაბარებლად. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რისი ცოდნა მოეთხოვება პედაგოგს შესაბამისი საკითხის ირგვლივ.

საგამოცდო პროგრამა

ალგებრა და ანალიზის საწყისები

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	სიმრავლე. ოპერაციები სიმრავლეებზე. ვენის დიაგრამები.	სიმრავლე, ქვესიმრავლე, ორი სიმრავლის ტოლობა, ცარიელი სიმრავლე. ელემენტარული ოპერაციები სიმრავლეებზე: სიმრავლეთა გაერთიანება, თანაკვეთა, სხვაობა, სიმრავლის დამატება. ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი.
2	გამონათქვამები და ოპერაციები გამონათქვამებზე. დასაბუთების მეთოდები.	ლოგიკური ოპერაციები გამონათქვამებზე: უარყოფა, კონიუნქცია, დიზიუნქცია, იმპლიკაცია. მათი ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილი. გამონათქვამთა ტოლფასობის შემოწმება ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილის საშუალებით. ზოგადმართებული გამონათქვამები. ლოგიკური გამომდინარეობა; დამტკიცების ცნება; გამონათქვამთა თავსებადი და არათავსებადი ერთობლიობები. $A \Rightarrow B$ გამონათქვამის კონვერსიული, ინვერსიული და კონტრაპოზიციური გამონათქვამები. კონტრაპოზიციის კანონი. მათემატიკური დებულებების დასაბუთების მეთოდები: საწინააღმდეგოს დაშვება, კონტრმაგალითის აგება და მათემატიკური ინდუქცია. ზოგადობისა და არსებობის კვანტორები.
3	ასახვა. ასახვის გრაფიკი. ასახვათა უმარტივესი კლასიფიკაცია.	ასახვის განსაზღვრის არე. ასახვის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ასახვის შეზღუდვა განსაზღვრის არის ქვესიმრავლეზე. ასახვის გრაფიკი. სიმრავლის სახე და წინა სახე ასახვის მიმართ. ასახვათა კომპოზიცია. ასახვათა ტიპები: ინექცია, სიურექცია, ბიექცია. ბიექციური ასახვის შექცეული ასახვა.

4	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. გამყოფი და ჯერადი.	არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებზე.
		რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად. დაშლის ერთადერთობა.
		რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა. ევკლიდეს ალგორითმი.
		2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშნები.
		ნაშთი. ნაშთთა არითმეტიკა (ჯამი და ნამრავლი).
5	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
6	რაციონალური რიცხვები.	რაციონალური რიცხვების წარმოდგენა წილადებისა და ათწილადების სახით. რაციონალური რიცხვების შედა- რება და არითმეტიკული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. რიცხვითი გამოსახულებები, მოქმედებათა თანმიმდევრობა რიცხვით გამოსახულებებში, არითმე- ტიკულ მოქმედებათა თვისებები.
7	ირაციონალური რიცხვებ- ი. ნამდვილი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები ნამდვილ რიცხვებზე, ნამდვილი რიცხვების შედარება, რიცხვითი უტოლობები და მათი თვისებები.
		არათანაზომადი მონაკვეთები.
		ირაციონალური რიცხვის ათობითი მიახლოება.
8	რიცხვის ჩაწერის პოზიციური სისტემა	რიცხვის გამოსახვა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.
		ერთ პოზიციურ სისტემაში გამოსახული რიცხვის გამოსახვა მეორე პოზიციურ სისტემაში.
9	რიცხვითი ღერძი. რიცხვითი შუალედები	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
		ერთცვლადიანი წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
10	რიცხვის მოდული.	მოდულის ძირითადი თვისებები და მისი გეომეტრიული აზრი.
11	პროპორცია.	პროპორციის თვისებები, პროპორციის უცნობი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით.
		პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
12	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით.
		რიცხვის ჩაწერა პროცენტის სახით.

13	ხარისხი	ხარისხი ნატურალური, მთელი და რაციონალური მაჩვენებლით.
		ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ახარისხება. ტოლ ფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	n -ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
15	მრავალწევრები	შეკრება, გამოკლება, გამრავლება. გაყოფა. მრავალწევრის ფესვები. ბეზუს თეორემა. ევკლიდეს ალგორითმი.
		მამრავლებად დაშლა. შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.
16	ალგებრული გამოსახულება	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
		ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა.
17	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ლოგარითმის ძირითადი თვისებები. ნატურალური ლოგარითმი.
18	მართკუთხა კოორდინატ-თა სისტემა სიბრტყეზე და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე და ნამდვილ რიცხვთა სამეულის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა სივრცეში.
19	ფუნქცია, ფუნქციის გრაფიკი.	ფუნქციის განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. რთული ფუნქცია (ფუნქციათა კომპოზიცია), შექცეული ფუნქცია. კავშირი ფუნქციის თვისებებსა და მის გრაფიკს შორის.
		ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისათვის. ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით.
		ელემენტარული ფუნქციები: მრავალწევრები, წილადწრფივი, რაციონალური, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული, შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები – თვისებები და გრაფიკები.
20	კუთხის ზომა.	გრადუსული და რადიანული ზომა. კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.

21	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი და კოტანგენსი. შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის მნიშვნელობები $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ არგუმენტებისათვის; ფუნქციათა ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა (უმცირესი პერიოდის მოძებნა), ლუწობა, კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის.
		დაყვანის ფორმულები.
		ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის. ჯამის გარდაქმნა ნამრავლად და ნამრავლის გარდაქმნა ჯამად.
22	განტოლება, უტოლობები, განტოლებათა და უტოლობათა სისტემები.	წრფივი, კვადრატული, რაციონალური, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ირაციონალური, ტრიგონომეტრიული, მოდულის შემცველი განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემების, უტოლობებისა და უტოლობათა სისტემების ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები.
		ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები. პარამეტრის შემცველი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.
		ორუცნობიანი განტოლებების ამოხსნის ხერხები (მაგ., გრაფიკული, დამხმარე ცვლადის შემოტანა). ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე.
		წრფივ ორუცნობიან უტოლობათა სისტემა, მისი ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა სიბრტყეზე. წრფივი დაპროგრამების ამოცანა (გეომეტრიული ამოხსნა).
23	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა ან განტოლებათა სისტემის შედგენით.

24	რიცხვითი მიმდევრობები.	მიმდევრობის n -ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.
		არითმეტიკული პროგრესია: არითმეტიკული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
		გეომეტრიული პროგრესია: გეომეტრიული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
		მიმდევრობის მოცემის რეკურენტული ხერხი. ფიბონაჩის მიმდევრობა.
		რიცხვითი მიმდევრობის კრებადობა. კრებად მიმდევრობათა არითმეტიკული თვისებები. უსასრულოდ მცირე და უსასრულოდ დიდი მიმდევრობები.
		თეორემა ზრდადი (კლებადი) და ზემოდან (ქვემოდან) შემოსაზღვრული მიმდევრობის კრებადობის შესახებ. ნეპერის რიცხვი, როგორც მიმდევრობის ზღვარი.
		უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი.
25	ფუნქციის ზღვარი. ფუნქციის უწყვეტობა.	ფუნქციის ზღვარი წერტილში. წერტილში ფუნქციის ზღვარი მარცხნიდან და მარჯვნიდან. წერტილში ფუნქციის ზღვრის არითმეტიკული თვისებები.
		ფუნქციის წყვეტა წერტილში და წყვეტის წერტილთა კლასიფიკაცია.
		ფუნქციის უწყვეტობა წერტილში. უწყვეტი ფუნქციის ცნება. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციათა უწყვეტობა.
		სეგმენტზე განსაზღვრულ უწყვეტ ფუნქციათა გლობალური თვისებები: ბოლცანო-კოშის თეორემა შუალედური მნიშვნელობის შესახებ; ვაიერშტრასის თეორემა მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობების მიღწევადობის შესახებ.
26	ფუნქციის წარმოებული.	ფუნქციის წარმოებული განსაზღვრის არის შიგა წერტილში და მისი გეომეტრიული და ფიზიკური შინაარსი.
		ფუნქციათა ჯამის, სხვაობის, ნამრავლისა და განაყოფის წარმოებული. ფუნქციათა კომპოზიციის წარმოებული. შექცეული ფუნქციის წარმოებული.
		ელემენტარულ ფუნქციათა წარმოებულები.
		წარმოებადი ფუნქციის გრაფიკის მხეები წრფის განტოლება.
		ფერმას თეორემა.

27	ფუნქციის გამოკვლევა წარმოებულის გამოყენებით.	ფუნქციის მონოტონურობის შუალედების დადგენა წარმოებულის გამოყენებით.
		ფუნქციის გამოკვლევა ლოკალურ ექსტრემუმზე. სეგმენტზე განსაზღვრული წარმოებადი ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობის მოძებნა.
		ვერტიკალური და დახრილი ასიმპტოტების მოძებნა.
		ფუნქციის გრაფიკის სქემატური გამოსახვა მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში.
28	ინტეგრება.	ფუნქციის პირველადი და განუსაზღვრელი ინტეგრალი. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციათა განუსაზღვრელი ინტეგრალები.
		განუსაზღვრელი ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ.
		რიმანის ინტეგრალი. მისი გეომეტრიული შინაარსი.
		რიმანის ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ადიტიურობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა განსაზღვრულ ინტეგრალში.
		ნიუტონ-ლაიბნიცის ფორმულა.
		მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლა განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენებით.
29	კომპლექსური რიცხვები.	კომპლექსური რიცხვების ჩაწერის ალგებრული და ტრიგონომეტრიული ფორმა. კომპლექსური რიცხვების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კომპლექსური რიცხვის მოდული, არგუმენტი. კომპლექსური რიცხვის შეუღლებული რიცხვი. არითმეტიკული მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში.
		ალგებრის ძირითადი თეორემა.
		ვიეტის თეორემა ნებისმიერი ხარისხის მრავალწევრებისათვის.
		კომპლექსური რიცხვის ნატურალური ხარისხი (მუავრის ფორმულა).
30	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა, ჯუფთებათა და წყობათა რაოდენობების გამოსათვლელი ფორმულები.
		ნიუტონის ბინომი, ბინომიალური კოეფიციენტების თვისებები, პასკალის სამკუთხედი.

31	გრაფები.	ძირითადი ცნებები გრაფთა თეორიიდან: წვერო, წიბო, რკალი, მარყუჟი, მოსაზღვრე წვეროები და წიბოები, წიბოს და წვეროს ინციდენტურობა, მარშრუტი, შემოვლა (გრაფზე), ჯაჭვი, მარტივი ჯაჭვი, ციკლი, ორიენტირებული და არაორიენტირებული გრაფები, ხე, წვეროს ხარისხი, მარშრუტის სიგრძე.
		გრაფების მოცემის ხერხები: ინციდენტურობის და მოსაზღვრეობის ცხრილებით, სიით.
		გრაფების იზომორფულობა. ბრტყელი გრაფის ეილერის მახასიათებელი.
		გრაფის უნიკურსალურობა. ბმული გრაფის უნიკურსალურობის აუცილებელი და საკმარისი ნიშანი (კენტი ინდექსის მქონე წვეროთა რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს ორს).

გეომეტრია

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი.
		ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.
		წრფეთა პარალელობის ნიშნები.

8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი. ამოზნექილი მრავალკუთ- ხედი.	გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი, პერიმეტრი. ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
10	სამკუთხედი.	გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე და მათი თვისებები. სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა; მათი თვისებები. სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება. სამკუთხედის შუახაზის თვისებები. სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები. მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება. სინუსებისა და კოსინუსების თეორემები. სამკუთხედის ამოხსნა. შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირი. მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის თვისება. სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები.
11	მანძილის თვისება.	სამკუთხედის უტოლობა.
12	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები. პითაგორას თეორემა. თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებსა და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
13	თაღესის თეორემა.	მონაკვეთის დაყოფა მოცემული პროპორციით.
14	პროპორციები გეომეტრი- აში.	ოქროს კვეთა, მონაკვეთთა საშუალო არითმეტიკული, საშუალო გეომეტრიული და საშუალო ჰარმონიული.

15	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
		პარალელოგრამობის ნიშნები.
		რომბის დიაგონალების თვისებები.
		მართკუთხედის დიაგონალების თვისება.
		მართკუთხედის სიმეტრიის ღერძები.
16	ტრაპეცია	კვადრატი და მისი თვისებები.
		ტრაპეციის ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე, ტრაპეციის შუახაზი. ტრაპეციის შუახაზის თვისება.
17	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
		ერთეულოვანი კვადრატის ფართობი ერთის ტოლია. ტოლ ფიგურებს ტოლი ფართობები აქვთ. ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია.
18	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის, რომბის და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის, რომბის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
19	წრეწირი და წრე	ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.
		რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
		რიცხვი π .
		წრეწირისა და წრეწირის რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.
		ცენტრული და ჩახაზული კუთხეები და მათი თვისებები.
		წრეწირის მხების თვისება.
		ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები.
		წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.
		წრიული სექტორის, წრიული სეგმენტის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.

20	გეომეტრიული აგებები.	ძირითადი გეომეტრიული აგებები ფარგლითა და სახაზავით: სამკუთხედის აგება მოცემული გვერდების მიხედვით, მოცემული კუთხის ტოლი კუთხის აგება, კუთხის ბისექტრისის აგება, მონაკვეთის შუამართობის აგება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პერპენდიკულარული წრფის გავლება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლება. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული შეფარდებით.
21	წესიერი მრავალკუთხედები.	წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და მათზე შემოხაზული წრეწირები. წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება. წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა.
22	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე. მოძრაობა.	ღერძული და ცენტრული სიმეტრიები, მობრუნება, ჰომოთეტია, პარალელური გადატანა. მსგავსების გარდაქმნა. ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების გამოსახვა კოორდინატებში. ფიგურის (მრავალკუთხედის, წრის) ინვარიანტები ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების მიმართ. გეომეტრიული გარდაქმნების კომპოზიციები.
23	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი. წრფისა და სიბრტყის მართობულობის ნიშანი. წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი. კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის. ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა. კუთხე სიბრტყეებს შორის. სიბრტყეთა პარალელობის ნიშანი. ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი. მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე. სამი მართობის თეორემა. ფიგურის პარალელური დაგეგმილება სიბრტყეზე.
24	მრავალწახნაგა.	წვერო, წიბო, წახნაგი. წესიერი მრავალწახნაგები (პლატონისეული სხეულები).

25	პრიზმა.	ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი.
		პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი).
26	პირამიდა.	წვერო, წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე.
		წესიერი პირამიდა. აპოთემა. წაკვეთილი პირამიდა.
27	ბრუნვითი სხეულები.	ცილინდრი. ცილინდრის ელემენტები: რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე. ცილინდრის ღერძული კვეთა.
		კონუსი. კონუსის ელემენტები: წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე. კონუსის ღერძული კვეთა. წაკვეთილი კონუსი.
		ბირთვი, სფერო. მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი. ბირთვის კვეთა სიბრტყით. სფეროს მხები სიბრტყე.
		წრფის გარშემო მრავალკუთხედის ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეული.
28	სივრცითი სხეულის მოცულობა.	ერთის ტოლი წიბოს მქონე კუბის მოცულობა ერთის ტოლია. ტოლ სხეულებს ტოლი მოცულობები აქვთ. სივრცითი სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი სხეულების მოცულობათა ჯამის ტოლია.
29	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	კუბის, პარალელეპიპედის, პრიზმის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
		პირამიდის, ცილინდრის, კონუსის, წაკვეთილი პირამიდის და წაკვეთილი კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
		ბირთვის ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
30	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის შლილები და კვეთები.	აღნიშნული ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.
		აღნიშნული ფიგურების კვეთა სიბრტყით.
		აღნიშნული ფიგურების აღდგენა ორთოგონალური გეგმილების მიხედვით.

31	გეომეტრიული გარდაქმნები სივრცეში. მოძრაობა სივრცეში.	დერძული და ცენტრული სიმეტრიები. სიმეტრია სიბრტყის მიმართ. პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წრფის მიმართ. მსგავსების გარდაქმნა.
		გეომეტრიული გარდაქმნების (დერძული და ცენტრული სიმეტრია, სიმეტრია სიბრტყის მიმართ, პარალელური გადატანა, ჰომოთეტია) გამოსახვა კოორდინატებში.
		ფიგურის ინვარიანტები ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების მიმართ.
		სიმეტრიები კუბში, პარალელეპიპედში, წესიერ პრიზმაში, წესიერ პირამიდაში, კონუსში, სფეროსა და ბირთვში.
32	ვექტორები.	ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება, სკალარული და ვექტორული გამრავლება. აღნიშნულ ოპერაციათა ძირითადი თვისებები.
		კოლინეარული და კომპლანარული ვექტორები. ვექტორებისა და ვექტორული ოპერაციების გამოსახვა კოორდინატებში. ვექტორის გაშლა საკოორდინატო ორტების მიმართ.
33	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სიბრტყეზე.	ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.
		წრფის განტოლება ზოგადი სახით. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება. წრფეთა კონის განტოლება. კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა პარალელურობის და მართობულობის პირობები.
		მანძილი წერტილიდან წრფემდე.
		მეორე რიგის წირები სიბრტყეზე: ელიფსი, ჰიპერბოლა და პარაბოლა. მათი კანონიკური განტოლებები. ფოკუსები, ნახევარღერძები, ექსცენტრისიტეტი, დირექტრისა.

34	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სივრცეში.	ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.
		წრფის კანონიკური განტოლება. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება.
		სიბრტყის ზოგადი სახის განტოლება სივრცეში. კუთხე ორ სიბრტყეს შორის. ორი სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები. წრფისა და სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები.
		მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.
35	არაევკლიდური გეომეტრიების შესახებ ელემენტარული წარმოდგენები.	ელიფსური გეომეტრიის რიმან-კლაინის მოდელი (გეომეტრია სფეროზე).
		ჰიპერბოლური (ლობაჩევსკის) გეომეტრიის პუანკარეს მოდელი (ფსევდოსფეროზე ან წრეზე).
		პარაბოლური (ევკლიდური), ელიფსური (გეომეტრია სფეროზე) და ჰიპერბოლური (გეომეტრია წრეზე) გეომეტრიების ზოგიერთი განმასხვავებელი ელემენტარული ნიშანი (მაგ., სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი, მოცემული წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლების შესაძლებლობა, მართკუთხედის არსებობა, საკერის ოთხკუთხედის ზედა კუთხეების კლასიფიკაცია).

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	მონაცემთა წარმოდგენა	ცხრილი, პიქტოგრამა. დიაგრამა: წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი, წრიული, ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი დიაგრამა, პისტოგრამა, პოლიგონი, ოგივა, დაგროვილ ფარდობით სიხშირეთა დიაგრამა.
2	მონაცემთა მახასიათებლები.	ცენტრალური ტენდენციის საზომები (საშუალო, მედიანა, მოდა); მონაცემთა გაფანტულობის საზომები (გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა). სიხშირეთა განაწილება; დაგროვილი სიხშირე; დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე; მონაცემთა პოზიციის მახასიათებელი - რანგი. დაწყვილებული მონაცემები, გაფანტულობის დიაგრამა, კოვარიაცია, კორელაცია, კორელაციის კოეფიციენტი. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი.
3	ალბათობა.	ელემენტარული ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები. ალბათობის კლასიკური განსაზღვრა. ალბათობის გამოთვლა კომბინატორიკის გამოყენებით ან ვარიანტების დათვლით. ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა. პირობითი ალბათობა. ორი ხდომილობის ნამრავლის ალბათობა. დამოუკიდებელი ხდომილობები. სრული ალბათობის ფორმულა. ბაიესის ფორმულა. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდე და მისი განაწილების ფუნქცია. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის რიცხვითი მახასიათებლები: მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია. განმეორებითი ცდები. ბინომური განაწილება. გეომეტრიული ალბათობა.

ზომის ერთეულები

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1	სიგრძის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
2	ფართობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
3	მოცულობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4	მასის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
5	დროის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
6	სიჩქარის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	

ამოცანა 1**1 ქულა**

მას შემდეგ რაც პირველი ტომრიდან მასში მოთავსებული ფქვილის 10% მეორე ტომარაში გადაიღეს, ტომრებში ფქვილის რაოდენობა გათანაბრდა. რამდენი პროცენტით მეტი ფქვილი იყო თავდაპირველად პირველ ტომარაში მეორესთან შედარებით?

ა) 16%

ბ) 20%

გ) 25%

დ) 32%

ამოცანა 2**1 ქულა**

x და y სიდიდეები უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაში არიან. ქვემოთ მოყვანილია მათი ურთიერთშესაბამის მნიშვნელობათა ცხრილი.

x	2	5	n
y	3	m	6

რისი ტოლია $m+n$?

ა) $\frac{23}{2}$ ბ) $\frac{37}{3}$ გ) $\frac{11}{5}$ დ) $\frac{106}{45}$

ამოცანა 3**1 ქულა**

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)-2^{16} =$$

ა) 0

ბ) 1

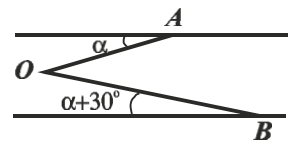
გ) -1

დ) 2

ამოცანა 4

1 ქულა

სურათზე გამოსახულ ორ პარალელურ წრფეზე აღებულია A და B წერტილები ისე, რომ $\angle AOB$ მახვილია. სურათზე მოცემული მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ ქვემოთჩამოთვლილთაგან რომელი უტოლობაა ყოველთვის ჭეშმარიტი?



- ა) $\alpha > 10^\circ$ ბ) $\alpha > 15^\circ$ გ) $\alpha > 30^\circ$ დ) $\alpha < 30^\circ$

ამოცანა 5

1 ქულა

ორობით სისტემაში $1110111 + 10101 =$

- ა) 1011111 ბ) 1001100 გ) 1001101 დ) 10001100

ამოცანა 6

1 ქულა

გამოთვალეთ $\cos 15^\circ$.

- ა) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}+1)$ ბ) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ გ) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$ დ) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}-1)$

ქვემოთმოყვანილი რიცხვებიდან რომელია 10-ის ჯერადი?

ა) 3^{100}

ბ) $3^{100} - 1$

გ) $3^{100} - 2$

დ) $3^{100} - 3$

იპოვეთ 2; x; 7; 9; 10; 5 მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი, თუ ცნობილია, რომ მათი საშუალო 8-ის ტოლია.

ა) 15

ბ) 6

გ) 8

დ) 13

ამოცანა 9

1 ქულა

ABC ტოლფერდა სამკუთხედში $AC = 18$, ხოლო $AB = BC = 15$. AB და BC ფერდებზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ $AM : MN : NC = 5 : 3$. იპოვეთ $AMNC$ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

ა) 44

ბ) 40

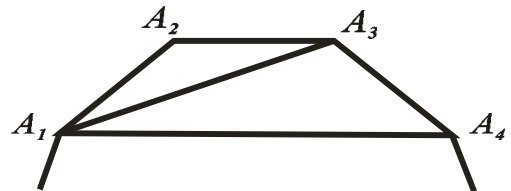
გ) 31

დ) 36

ამოცანა 10

1 ქულა

A_1, A_2, A_3 და A_4 წესიერი n -კუთხედის ერთმანეთის მომდევნო წვეროებია (იხ. სურათი). იპოვეთ კუთხე n -კუთხედის A_1A_3 და A_1A_4 დიაგონალებს შორის.



ა) $\frac{(n-2)}{n} \cdot 180^\circ$

ბ) $\frac{180^\circ}{n}$

გ) $\frac{360^\circ}{n}$

დ) $30^\circ - \frac{(n-6)}{n} \cdot 180^\circ$

შემდეგი გამონათქვამებიდან:

$$1) (A \wedge B) \Rightarrow A; \quad 2) (A \vee B) \Rightarrow A; \quad 3) A \Rightarrow (A \wedge B); \quad 4) A \Rightarrow (A \vee B),$$

რომელი იქნება აუცილებლად ჭეშმარიტი ნებისმიერი A და B გამონათქვამებისთვის?

- ა) მხოლოდ მეოთხე;
- ბ) მხოლოდ მეორე და მესამე;
- გ) მხოლოდ პირველი და მესამე;
- დ) მხოლოდ პირველი და მეოთხე;

$10ax^2 + (2x + 3b)(1 - 5ax) - 3b = 22x$ ტოლობა სამართლიანია ყოველი x -თვის. იპოვეთ ab გამოსახულების მნიშვნელობა.

- ა) $-\frac{4}{3}$
- ბ) $\frac{22-10a}{b}$
- გ) $\frac{a-2b}{3}$
- დ) $\frac{6}{5}$

წყლით სავსე ჭურჭლიდან წყალმა გაჟონვა დაიწყო. გაჟონვის დაწყებიდან პირველი 6 საათის განმავლობაში ჭურჭელში დარჩენილი წყლის მოცულობა ლიტრებში (V) შემდეგი დამოკიდებულებით აღიწერებოდა:

$$V = t^2 - 22t + 100$$

სადაც t არის გაჟონვის დაწყებიდან გასული დრო საათებში.

გაჟონვის დაწყებიდან რამდენ საათში გაიჟონება ჭურჭლის მოცულობის $\frac{2}{5}$?

- ა) 2 საათში
- ბ) 2 საათსა და 24 წუთში
- გ) 3 საათსა და 36 წუთში
- დ) 4 საათში

ამოზნექილ მრავალწახნაგას წიბოების რიცხვი წვეროების რიცხვზე 23-ით მეტია. რამდენი წახნაგი აქვს ამ მრავალწახნაგას?

- ა) 21
- ბ) 26
- გ) 46
- დ) 25

რა შუალედშია მოთავსებული სამკუთხედის უდიდესი კუთხე, თუ სამკუთხედის გვერდებია 2, 3 და 4?

ა) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$

ბ) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$

გ) $\left[\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$

დ) $\left[\frac{5\pi}{6}; \pi\right]$

$a \geq b$ უტოლობაში a და b ცვლადების მაგივრად სვამენ შემთხვევით შერჩეულ ერთნიშნა ნატურალურ რიცხვებს. რისი ტოლია იმის ალბათობა, რომ შედეგად მიიღება ჭეშმარიტი უტოლობა?

ა) $\frac{2}{3}$

ბ) $\frac{4}{9}$

გ) $\frac{1}{2}$

დ) $\frac{5}{9}$

$f(x) = \sqrt{x-2}$ ფუნქციის შუქცეული ფუნქციის განსაზღვრის არეა

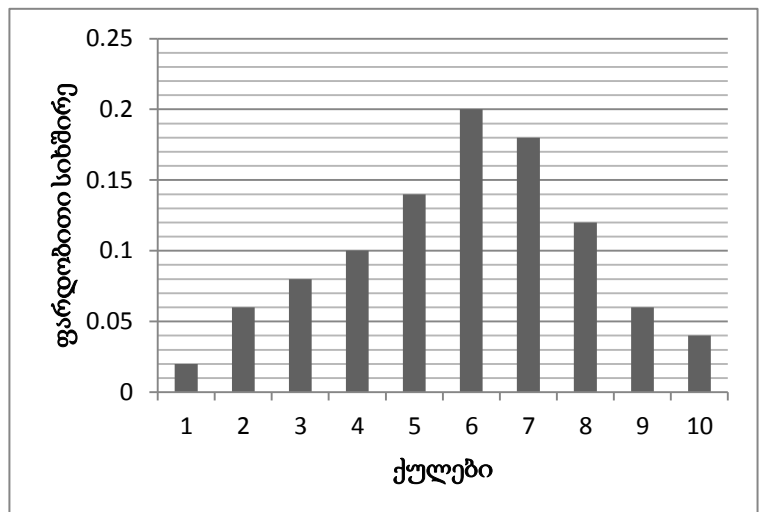
ა) $[2; +\infty)$

ბ) $[0; +\infty)$

გ) $(-\infty; 2]$

დ) $(-\infty; +\infty)$

მათემატიკის სასკოლო გამოცდაზე თითოეული მოსწავლე 1-დან 10 ქულამდე ჩათვლით ფასდებოდა. დიაგრამაზე მოყვანილია ამ გამოცდაზე მოსწავლეების მიერ მიღებული ქულების ფარდობითი სიხშირეები. რამდენი მოსწავლე მონაწილეობდა სასკოლო გამოცდაში, თუ 7 ქულაზე მეტი შეფასება 33 მოსწავლემ მიიღო?



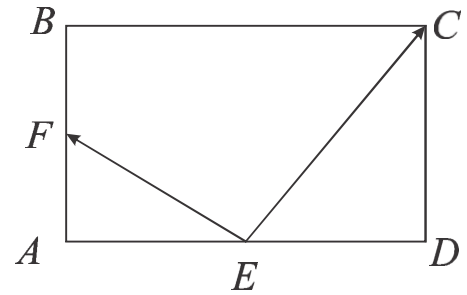
ა) 99

ბ) 100

გ) 150

დ) 180

$ABCD$ მართკუთხედში $AB=3$, $BC=5$. წერტილები F და E შესაბამისად AB და AD გვერდების შუაწერტილებია. რას უდრის $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EC}$ სკალარული ნამრავლი?



ა) 0

ბ) $-\frac{41}{4}$

გ) $-\frac{7}{4}$

დ) $\frac{41}{4}$

იპოვეთ Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ განტოლებით განსაზღვრული წრეწირის სიმეტრიული წრეწირის განტოლება $y = -x$ წრფის მიმართ.

ა) $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$

ბ) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

გ) $(x+3)^2 + (-y-3)^2 = 9$

დ) $(-x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

a პარამეტრის რამდენი მნიშვნელობისთვის გააჩნია $x^2 - a x + 1 = 0$ განტოლებას ორი ნატურალური ფესვი?

ა) 1

ბ) 2

გ) 3

დ) 4

ქვემოთ ჩამოთვლილი ფიგურებიდან რომელი არ შეიძლება იქნეს მიღებული კონუსის და სიბრტყის გადაკვეთის შედეგად?

ა) სამკუთხედი

ბ) წრეწირი

გ) ელიფსი

დ) მართკუთხედი

რამდენი არაჯარიელი ქვესიმრავლე აქვს 5 ელემენტთან სიმრავლეს?

ა) C_5^2

ბ) $5!$

გ) $2^5 - 1$

დ) 2^5

გამარტივეთ კომპლექსური რიცხვითი გამოსახულება: $\frac{(3+i)(2-3i)}{1+i}$.

ა) $8+i$

ბ) $1-8i$

გ) $1+8i$

დ) $8-i$

რისი ტოლია $2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი

ა) 3

ბ) 4

გ) 4,25

დ) 4,5

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია ორი წერტილი $A(3; 1)$ და $B(-5; -3)$. იპოვეთ AB მონაკვეთის შუამართობის განტოლება.

ა) $y = -2x - 3$

ბ) $y = -2x - 4$

გ) $y = -x - 2$

დ) $y = -x - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} =$$

ა) 1

ბ) 0

გ) $-\infty$

დ) $+\infty$

იპოვეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც მიიღება $y = 2x + 7$ წრფის ჰომოთეტიით $M(3; 1)$ წერტილის მიმართ, თუ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი $k = -2$.

ა) $y = 2x - 5$

ბ) $y = -4x - 14$

გ) $y = -2x - 14$

დ) $y = 2x - 29$

რისი ტოლია $(-\infty; +\infty)$ შუალედზე განსაზღვრული $f(x) = |x^2 + x + 1| + x + 2$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა?

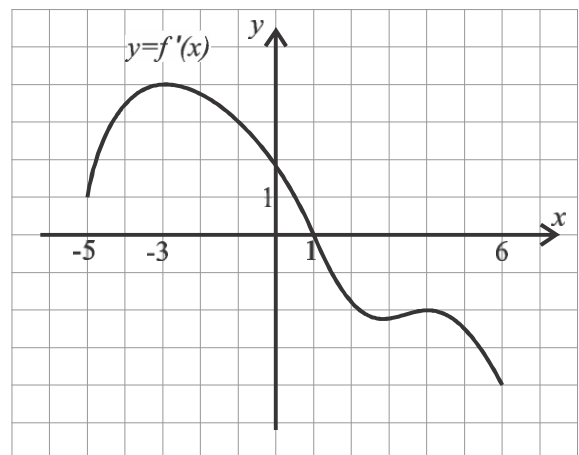
ა) 2

ბ) 1,5

გ) 1

დ) 0,5

$y = f(x)$ ფუნქცია განსაზღვრულია $[-5; 6]$ შუალედზე. სურათზე მოცემულია ამ ფუნქციის წარმოებულის გრაფიკი. რომელ წერტილზე იღებს $f(x)$ ფუნქცია თავის უდიდეს მნიშვნელობას?



ა) $x = 1$

ბ) $x = -3$

გ) $x = -5$

დ) $x = 6$

ამოცანა 31**1 ქულა**

$$\int_{-1}^2 (x+2)^{1/2} dx =$$

ა) $\frac{9}{2}$

ბ) $\frac{14}{3}$

გ) 7

დ) $\frac{1}{6}$

ამოცანა 32**1 ქულა**

იპოვეთ ბირთვის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა 288π .

ა) 144π

ბ) 64π

გ) 136π

დ) $116\pi^2$

დაამტკიცეთ, რომ ამოზნექილი ოთხკუთხედის დიაგონალების ჯამი მეტია ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრის ნახევარზე და ნაკლებია პერიმეტრზე.

თემის - „მოდულის შემცველი უტოლობები“ გავლის დროს კლასში მიცემული იყო შემდეგი დავალება:

„ამოხსენით a პარამეტრის შემცველი უტოლობა $|2x-3| < ax+1$, თუ $a > -2$ “.

ერთ-ერთმა მოსწავლემ წარმოადგინა ამ უტოლობის შემდეგი ამოხსნა:

$$|2x-3| < ax+1 \Rightarrow -ax-1 < 2x-3 < ax+1 \Rightarrow \begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{2-a} \\ x > \frac{2}{2+a} \end{cases}.$$

პასუხი: $x \in \left(\frac{2}{2+a}, \frac{4}{2-a} \right)$.

თქვენი დავალებაა:

- 1) მიუთითოთ სად და რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში. (3 ქულა)
- 2) გაასწოროთ შეცდომები მოსწავლის მიერ წარმოდგენილ ამოხსნაში და მიიყვანოთ ეს ამოხსნა ბოლომდე. ამოხსნა გადმოეცით რაც შეიძლება ნათლად, მოსწავლისათვის ადვილად გასაგებად. (4 ქულა)

გაკვეთილი ეძღვნება თემას: „მათემატიკური ინდუქციის მეთოდი“.

აღწერეთ თქვენი მოქმედება გაკვეთილის მსვლელობის დროს. კერძოდ, გაეცით პასუხი შემდეგ ორ პუნქტში დასმულ დავალებებს:

- 1) ჩამოაყალიბეთ მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი და მისი გამოყენებით დაამტკიცეთ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n -წევრის ჯამის ფორმულა.
(4 ქულა)

- 2) გიამ რიცხვებზე არითმეტიკული ოპერაციების შესრულების შედეგად შეამჩნია შემდეგი კანონზომიერება:

$$1 = 1,$$

$$1 - 4 = -(1 + 2),$$

$$1 - 4 + 9 = 1 + 2 + 3,$$

$$1 - 4 + 9 - 16 = -(1 + 2 + 3 + 4) .$$

გიამ მოგმართათ კითხვით: „ხომ არ არის აღნიშნული კანონზომიერება ზოგადი სახის?“

თქვენი დავალებაა:

უპასუხოთ გიას კითხვას. თუ თვლით, რომ გიას მიერ შემჩნეული კანონზომიერება შესაძლებელია ჩამოყალიბდეს ზოგადი ფორმით, ჩამოაყალიბეთ ის და დაასაბუთეთ მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე.
(4 ქულა)

მათემატიკაში პედაგოგთა სასერტიფიკაციო გამოცდის ტესტის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ბ	ბ	ბ	დ	დ	ბ	ბ	დ	ა	ბ	დ	ა	ა	დ	ბ	დ

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
ბ	ბ	ბ	ბ	ბ	დ	ბ	ბ	ბ	ა	ა	დ	ა	ა	ბ	ა

ამოცანა 33

4 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ ამოზნექილი ოთხკუთხედის დიაგონალების ჯამი მეტია ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრის ნახევარზე და ნაკლებია პერიმეტრზე.

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

თუ გამოვიყენებთ სამკუთხედის უტოლობებს ABC , BCD , CDA და DAB სამკუთხედებისათვის, მივიღებთ შემდეგ უტოლობებს:

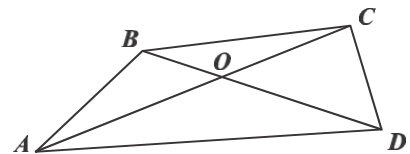
$$AC < AB + BC, \quad BD < BC + CD, \quad AC < CD + AD \text{ და } BD < AD + AB. \text{ აღნიშნული უტოლობების შეკრებით მივიღებთ } 2(AC + BD) < 2P_{ABCD} \Rightarrow AC + BD < P_{ABCD}.$$

ანალოგიურად, თუ გამოვიყენებთ სამკუთხედის უტოლობებს ABO , BOC , COD და DOA სამკუთხედებისათვის, მივიღებთ შემდეგ უტოლობებს:

$$AB < AO + OB, \quad BC < BO + OC, \quad CD < CO + OD \text{ და } AD < AO + OD.$$

აღნიშნული უტოლობების შეკრებით მივიღებთ: $P_{ABCD} < 2(AC + BD) \Rightarrow \frac{P_{ABCD}}{2} < AC + BD.$

ეს უკანასკნელი უტოლობა $AC + BD < P_{ABCD}$ უტოლობასთან ერთად ამტკიცებს დებულებას.



თემის - „მოდულის შემცველი უტოლობები“ გავლის დროს კლასში მიცემული იყო შემდეგი დავალება:

„ამოხსენით a პარამეტრის შემცველი უტოლობა $|2x-3| < ax+1$, თუ $a > -2$ “.

ერთ-ერთმა მოსწავლემ წარმოადგინა ამ უტოლობის შემდეგი ამოხსნა:

$$|2x-3| < ax+1 \Rightarrow -ax-1 < 2x-3 < ax+1 \Rightarrow \begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{2-a} \\ x > \frac{2}{2+a} \end{cases}.$$

პასუხი: $x \in \left(\frac{2}{2+a}, \frac{4}{2-a} \right)$.

თქვენი დავალება:

- 3) მიუთითოთ სად და რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში. (3 ქულა)
- 4) გაასწოროთ შეცდომები მოსწავლის მიერ წარმოდგენილ ამოხსნაში და მიიყვანოთ ეს ამოხსნა ბოლომდე. ამოხსნა გადმოეცით რაც შეიძლება ნათლად, მოსწავლისათვის ადვილად გასაგებად. (4 ქულა)

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

34.1

მოსწავლემ დაუშვა შემდეგი შეცდომები:

- 1) მოსწავლე $\Leftrightarrow$ ნიშნის ნაცვლად იყენებს $\Rightarrow$ ნიშანს, რაც მიუთითებს რომ მოსწავლემ ან არ იცის, რომ უტოლობების ამოხსნის დროს საჭიროა ტოლფასი გარდაქმნების გამოყენება ან არასწორად იყენებს $\Rightarrow$ ნიშანს;
- 2) $(2-a)x < 4$ უტოლობის ამოხსნისას არ განიხილა შესაძლებლობა, რომ $2-a$ შესაძლოა უარყოფითი იყოს;

3) $\begin{cases} x < \frac{4}{2-a} \\ x > \frac{2}{2+a} \end{cases}$ სისტემის ამოხსნისას ვერ შეამჩნია, რომ a პარამეტრის ზოგიერთი მნიშვნელო-

ბებისათვის არ არის სამართლიანი უტოლობა $\frac{2}{2+a} < \frac{4}{2-a}$.

34.2

$$|2x-3| < ax+1 \Leftrightarrow -ax-1 < 2x-3 < ax+1 \Leftrightarrow \begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases}$$

განვიხილოთ შემთხვევები: 1) $-2 < a < 2$; 2) $a = 2$ და 3) $a > 2$.

1) $-2 < a < 2$

$$\begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{2-a} \\ x > \frac{2}{2+a} \end{cases} . \text{ აღნიშნულ სისტემას აქვს ამონახსენთა არაცარიელი სიმრავლე}$$

მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $\frac{2}{2+a} < \frac{4}{2-a}$. ამ შემთხვევაში ამონახსენთა სიმრავლეა

$$\left(\frac{2}{2+a}, \frac{4}{2-a} \right).$$

$$\frac{2}{2+a} < \frac{4}{2-a} \Leftrightarrow 2-a < 4+2a \Leftrightarrow a > -\frac{2}{3}.$$

ე.ი. თუ $a \in \left(-\frac{2}{3}; 2 \right)$, ამონახსენთა სიმრავლეა $\left(\frac{2}{2+a}, \frac{4}{2-a} \right)$.

2) $a = 2$.

$$\begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; \infty) \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; \infty \right).$$

3) $a > 2$.

$$\begin{cases} (2-a)x < 4 \\ (2+a)x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{4}{2-a} \\ x > \frac{2}{2+a} \end{cases}, \text{ რადგან } \frac{4}{2-a} < 0, \text{ ამიტომ სისტემის ამონახსენთა სიმრავლეა}$$

$$\left(\frac{2}{2+a}; \infty \right).$$

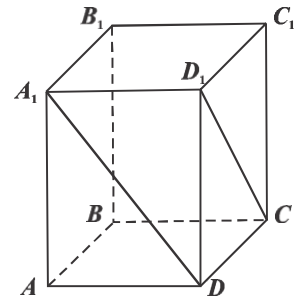
პასუხი: თუ $a \in \left(-2; -\frac{2}{3} \right]$, მაშინ სისტემას ამონახსენი არ აქვს;

თუ $a \in \left(-\frac{2}{3}; 2 \right)$, მაშინ $x \in \left(\frac{2}{2+a}, \frac{4}{2-a} \right)$; თუ $a \geq 2$, მაშინ $x \in \left(\frac{2}{2+a}; \infty \right)$;

თქვენ გაკვეთილზე ახსენით თემა „ორწახნაგა კუთხე“.

გაკვეთილის ბოლოს გადაწყვეტით მოსწავლეებს გაურჩიოთ შემდეგი ამოცანა:

„იპოვეთ ორწახნაგა კუთხის სიდიდე $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ მართკუთხა პრიზმის $ABCD$ ფუძის სიბრტყესა და იმ სიბრტყეს შორის, რომელიც გადის $A_1 D$ წრფეზე და პარალელურია $D_1 C$ წრფის (იხ. სურათი), თუ ცნობილია, რომ $AB = 3$, $BC = 4$ და $AA_1 = \frac{12\sqrt{3}}{5}$ “.



თქვენი დავალებაა:

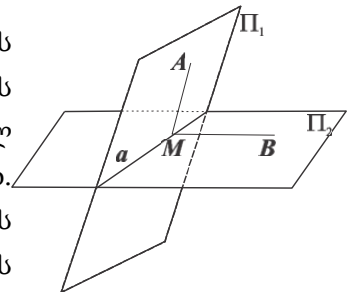
2) შეახსენოთ მოსწავლეებს ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო შემდეგი მასალა: ორწახნაგა კუთხის (როგორც გეომეტრიული ფიგურის), მისი ხაზოვანი კუთხის და ორწახნაგა კუთხის სიდიდის ცნებები; ჩამოუყალიბოთ თეორემა სამი მართობის შესახებ. (3 ქულა)

2) ააგოთ საძებნი ორწახნაგა კუთხე და მისი შესაბამისი ხაზოვანი კუთხე. მსჯელობა აწარმოეთ მოსწავლეებისათვის გასაგებ ენაზე. (3 ქულა)

3) გამოთვალოთ ორწახნაგა კუთხის სიდიდე. (2 ქულა)

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება.

- 1) სივრცეში განვიხილოთ ორი განსხვავებული და ერთმანეთის არაპარალელური სიბრტყე. აღნიშნული სიბრტყეები სივრცეს ყოფს ოთხ ნაწილად, რომელთაგან თითოეულს შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებთან ერთად ორწახნაგა კუთხე ეწოდება (იხ. სურათი). ორწახნაგა კუთხის შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებს ორწახნაგა კუთხის წახნაგები ეწოდება, ხოლო გადაკვეთის წრფეს კი - ორწახნაგა კუთხის წიბო (სურათზე a წრფე).



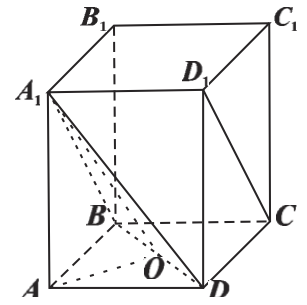
ორწახნაგა კუთხის a წიბოზე ნებისმიერად აღებული M წერტილიდან, ორწახნაგა კუთხის წახნაგებში გავავლოთ წიბოს მართობული სხივები MA და MB . AMB ბრტყელ კუთხეს ეწოდება ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხე, ხოლო მის სიდიდეს კი - ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

ორ Π_1 და Π_2 სიბრტყეებს შორის კუთხე ეწოდება მათი გადაკვეთიდან მიღებულ იმ ორწახნაგა კუთხეს, რომლის სიდიდეც უმცირესია.

სამი მართობის თეორემა:

თუ სიბრტყეში მდებარე წრფე მართობულია ამ სიბრტყისადმი დახრილი წრფის გეგმილისა ამ სიბრტყეზე, მაშინ ის მართობულია დახრილი წრფის.

- 2) სიბრტყე რომელიც გადის A_1D წრფეზე და პარალელურია D_1C წრფის, პრიზმის AA_1B_1B წახნაგს გადაკვეთს A_1B მონაკვეთზე (რადგან $A_1B \parallel D_1C$). აღნიშნული სიბრტყე პრიზმის ფუძის სიბრტყეს გადაკვეთს BD მონაკვეთზე. მაშასადამე, სამეზნი ორწახნაგა კუთხეა (ABC) სიბრტყისა და (A_1BD) სიბრტყით შექმნილი უმცირესი სიდიდის მქონე ორწახნაგა კუთხე. (ABD) სიბრტყეში გავავლოთ BD



მონაკვეთის მართობული AO მონაკვეთი. A_1O -მონაკვეთის გეგმილი (ABC) სიბრტყეზე არის AO მონაკვეთი. რადგან $BD \perp AO$, ამიტომ სამი მართობის თეორემის თანახმად $BD \perp A_1O$. ე.ი. სამეზნი ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი კუთხეა AOA_1 კუთხე.

3)

$$\triangle ABD \Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 5.$$

ABD მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე ტოლია

$$AO = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{12}{5}.$$

$$\triangle A_1AO \Rightarrow \operatorname{tg} \angle AOA_1 = \frac{A_1A}{AO} = \frac{\frac{12\sqrt{3}}{5}}{\frac{12}{5}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle AOA_1 = 60^\circ.$$

პასუხი: 60° .

გაკვეთილი ეძღვნება თემას: „მათემატიკური ინდუქციის მეთოდი“.

აღწერეთ თქვენი მოქმედება გაკვეთილის მსვლელობის დროს. კერძოდ, გაეცით პასუხი შემდეგ ორ პუნქტში დასმულ დავალებებს:

3) ჩამოაყალიბეთ მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი და მისი გამოყენებით დაამტკიცეთ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n -წევრის ჯამის ფორმულა. (4 ქულა)

4) გიამ რიცხვებზე არითმეტიკული ოპერაციების შესრულების შედეგად შეამჩნია შემდეგი კანონზომიერება:

$$1=1,$$

$$1-4=-(1+2),$$

$$1-4+9=1+2+3,$$

$$1-4+9-16=-(1+2+3+4).$$

გიამ მოგმართათ კითხვით: „ხომ არ არის აღნიშნული კანონზომიერება ზოგადი სახის?“ თქვენი დავალებაა:

უპასუხოთ გიას კითხვას. თუ თვლით, რომ გიას მიერ შემჩნეული კანონზომიერება შესაძლებელია ჩამოაყალიბდეს ზოგადი ფორმით, ჩამოაყალიბეთ ის და დაასაბუთეთ მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე. (4 ქულა)

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

1) მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი შემდეგში მდგომარეობს:

ვთქვათ მოცემული გვაქვს $A(n)$ წინადადებათა ერთობლიობა, სადაც $n \in \mathbb{N}$.

თუ $A(1)$ წინადადება ჭეშმარიტია და $A(k)$ წინადადების ჭეშმარიტობიდან გამომდინარეობს შემდეგი $A(k+1)$ წინადადების ჭეშმარიტება, მაშინ ყველა ნატურალური n რიცხვისათვის $A(n)$ წინადადება ჭეშმარიტია.

ვთქვათ $b_1, b_2, \dots, b_n$ მიმდევრობა წარმოადგენს გეომეტრიული პროგრესიის პირველ n

წევრს, რომლის მნიშვნელია $q \neq 1$. მაშინ მათი ჯამი გამოითვლება ფორმულით: $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

აღნიშნული დებულება დავამტკიცოთ მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით.

ნაბიჯი 1. თუ $n=1$, მაშინ დასამტკიცებელი ტოლობა წარმოადგენს იგივეობას $b_1 = b_1$.

ნაბიჯი 2. დავუშვათ, რომ $S_k = \frac{b_1(1-q^k)}{1-q}$ ფორმულა სამართლიანია და ამ დაშვების პირობებში

დავამტკიცოთ $S_{k+1} = \frac{b_1(1-q^{k+1})}{1-q}$ ფორმულის სამართლიანობა.

$$S_{k+1} = b_1 + b_2 + \dots + b_{k+1} = (b_1 + b_2 + \dots + b_k) + b_{k+1} = S_k + b_{k+1} = \frac{b_1(1-q^k)}{1-q} + b_{k+1} =$$

მართლაც,

$$= \frac{b_1(1-q^k)}{1-q} + b_1 q^k = \frac{b_1(1-q^k + q^k - q^{k+1})}{1-q} = \frac{b_1(1-q^{k+1})}{1-q}.$$

აქ ჩვენ გამოვიყენეთ ტოლობა $b_{k+1} = b_1 q^k$ ფორმულა, რომელიც ასევე შეგვიძლია დავამტკიცოთ მათემატიკური ინდუქციის პრინციპის გამოყენებით.

ამით ნაბიჯი 2 და მასთან ერთად გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა დამტკიცებულია.

2) აღნიშნული კანონზომიერება არის ზოგადი სახის. ის შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგი ჰიპოთეზის სახით: „ნებისმიერი ნატურალური n რიცხვისათვის სამართლიანია ტოლობა $1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n+1} n^2 = (-1)^{n+1} (1 + 2 + \dots + n)$ “.

არითმეტიკული პროგრესიის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულის თანახმად $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

ამის გათვალისწინებით დასამტკიცებელი ტოლობა ტოლფასია ტოლობის:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n+1} n^2 = (-1)^{n+1} \frac{n(n+1)}{2}.$$

აღნიშნული წინადადება დავამტკიცოთ მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით.

ნაბიჯი 1. თუ $n = 1$, მაშინ შესაბამისი ტოლობა წარმოადგენს ჭეშმარიტ რიცხვით ტოლობას $1 = 1$.

ნაბიჯი 2. დავუშვათ, რომ წინადადება ჭეშმარიტია $n = k$ -სათვის და ვაჩვენოთ მისი სამართლიანობა $n = k + 1$ -სათვის. ე.ი. დაშვების ძალით

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{k+1} k^2 = (-1)^{k+1} \frac{k(k+1)}{2} \text{ ტოლობა ჭეშმარიტია. დასამტკიცებელია}$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{k+2} (k+1)^2 = (-1)^{k+2} \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ ტოლობის ჭეშმარიტობა.}$$

მართლაც,

$$\begin{aligned} 1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{k+2} (k+1)^2 &= [1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{k+1} k^2] + (-1)^{k+2} (k+1)^2 = \\ &= (-1)^{k+1} \frac{k(k+1)}{2} + (-1)^{k+2} (k+1)^2 \end{aligned}$$

(აქ მეორე ტოლობაში გათვალისწინებულია ინდუქციის დაშვება). გავაგრძელოთ მიღებული გამოსახულების გამარტივება:

$$\begin{aligned} (-1)^{k+1} \frac{k(k+1)}{2} + (-1)^{k+2} (k+1)^2 &= (-1)^{k+2} \left[(k+1)^2 - \frac{k(k+1)}{2} \right] = (-1)^{k+2} \frac{(k+1)(2k+2-k)}{2} = \\ &= (-1)^{k+2} \frac{(k+1)(k+2)}{2}. \end{aligned}$$

ამით ნაბიჯი 2 დასრულებულია და მამასადამე ჰიპოთეზაც დამტკიცებულია.