

Тест по математике

Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 33 задач. Перед номером каждого задания в скобках указан максимальный балл этого задания.

Решение задач 31-33 должно быть записано в специально отведенном для них месте на листе ответов. В Вашей записи должен быть четко представлен путь решения задачи.

Учтите, что размеры чертежей, прилагаемых к некоторым задачам, могут не соответствовать указанным в условиях размерам. Поэтому не следует делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

Максимальная оценка теста – 52 балла.

Для выполнения работы Вам отводится 5 часов.

Желаем успеха!

(1) 1

Резервуар размерами $2\text{ м} \times 4\text{ м} \times 1\text{ м}$, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен керосином. Найти массу керосина в резервуаре, если известно, что масса 1 литра керосина $\frac{4}{5}$ кг.

а) 64 кг

б) 640 кг

в) 6400 кг

г) 64 т

(1) 2

Две фирмы распределили общий доход таким образом, что первая фирма получила на 50% больше денег, чем вторая. Какой процент от общего дохода достался второй фирме?

а) 25%

б) 30%

в) 37,5%

г) 40%

(1) 3

Стена прямоугольной формы, имеющая длину 2,64 м и высоту 2,16 м, должна быть полностью покрыта одинаковыми плитками **квадратной формы** без накладок и остатков. Выбор следует сделать между плитками со сторонами 10 см, 11 см, 12 см и 18 см. Какова должна быть длина стороны необходимой плитки?

а) 10 см

б) 11 см

в) 12 см

г) 18 см

(1) 4

Число ребер пирамиды на 6 больше числа граней. Сколько ребер у пирамиды?

а) 14

б) 12

в) 16

г) 18

(1) 5

Если $|a| < b$, то выражение $|a - b| \cdot |a + b|$ тождественно равно выражению

а) $a^2 + b^2$

б) $a^2 - b^2$

в) $b^2 - a^2$

г) $-a^2 - b^2$

(1) 6

Расположите в порядке возрастания числа: $\log_5 2$, $\log_2 5$, $\log_5 3$.

а) $\log_2 5$, $\log_5 2$, $\log_5 3$

б) $\log_5 2$, $\log_5 3$, $\log_2 5$

в) $\log_2 5$, $\log_5 3$, $\log_5 2$

г) $\log_5 3$, $\log_5 2$, $\log_2 5$

(1) 7

Найдите $a + b$, если известно, что решением неравенства $-x^2 + ax + b > 0$ является множество $(-7; 4)$.

а) -28

б) -3

в) 24

г) 25

(1) 8

Наименьший положительный период функции $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ равен

а) $\frac{\pi}{2}$

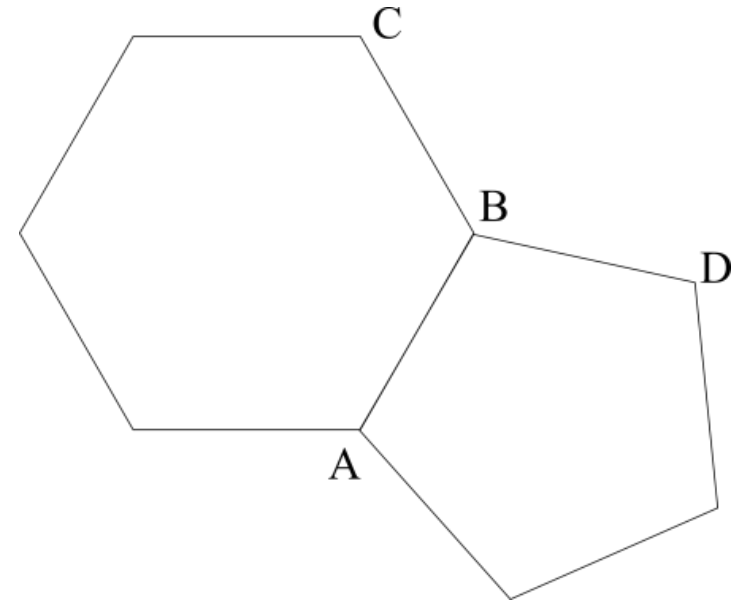
б) π

в) 2π

г) 4π

(1) 9

Изображенные на рисунке правильный пятиугольник и правильный шестиугольник имеют общую сторону AB .
Найдите градусную меру угла CBD .

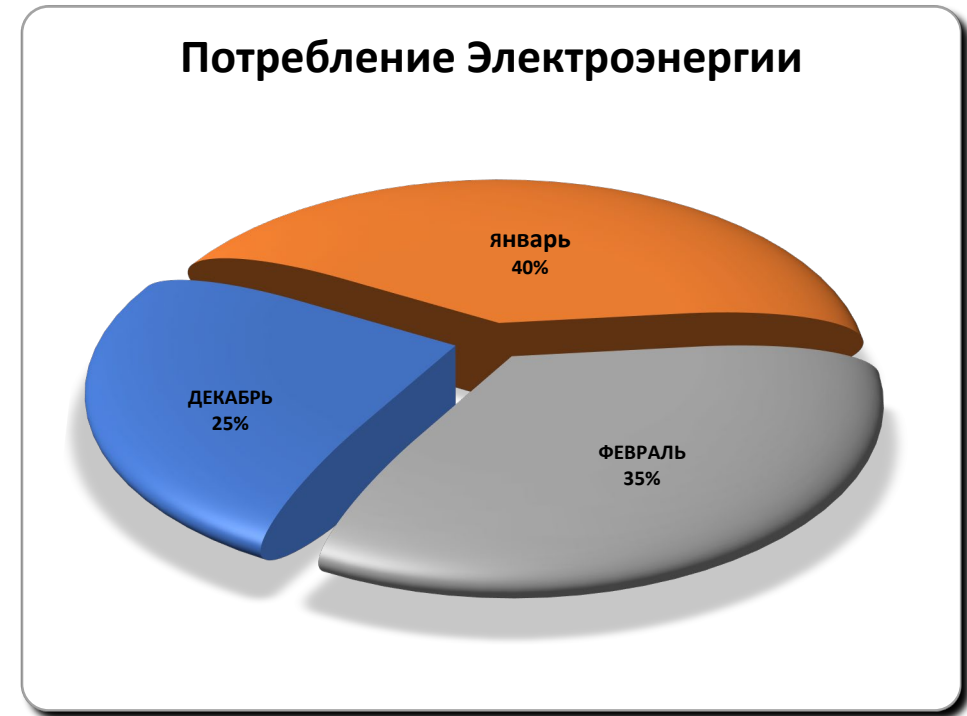


- а) 122°
- б) 118°
- в) 138°
- г) 132°

(1) 10

Процентное распределение общего потребления электроэнергии семьей в декабре, январе и феврале представлено в виде круговой диаграммы (см. рисунок). На сколько процентов снизилось потребление электроэнергии в феврале по сравнению с январем?

- а) 5 %
- б) 10 %
- в) 12,5 %
- г) 15 %



(1) 11

Запись нечетного натурального числа в двоичной позиционной системе счисления состоит из трех «0» и двух «1» (первая цифра записи не равна нулю). Найдите сумму цифр этого числа в десятичной позиционной системе.

а) 6

б) 8

в) 9

г) 10

(1) 12

Множество A состоит из первых 100 четных натуральных чисел, а множество B - из первых 50 натуральных чисел, кратных трем. Сколько элементов содержит множество $A \cup B$?

а) 75

б) 120

в) 125

г) 150

(1) 13

Легковой автомобиль и автобус движутся с постоянной скоростью. Скорость автомобиля в два раза больше скорости автобуса и, поэтому, автомобиль каждый километр проходит на полминуты быстрее, чем автобус. Чему равна скорость автомобиля?

а) 60 км/ч

б) 80 км/ч

в) 100 км/ч

г) 120 км/ч

(1) 14

Найдите наименьшее натуральное число n , для которого справедливо неравенство

$$1 + 2 + \dots + (n - 1) + n > 300.$$

а) 22

б) 23

в) 24

г) 25

(1) 15

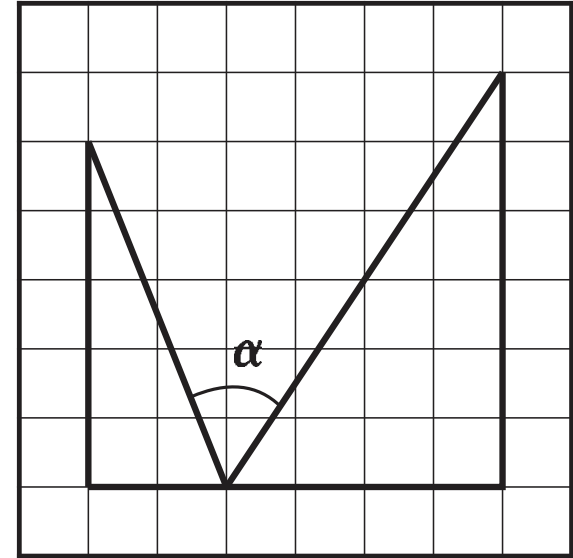
На листе в клетку, каждая клетка которого является квадратом, изображена ломаная, вершины которой совпадают с вершинами клеток (см. рисунок). Опираясь на рисунок, найдите величину угла α в радианах.

а) $\arctg\left(\frac{5}{2}\right) + \arctg\left(\frac{3}{2}\right)$

б) $\arctg\left(\frac{2}{5}\right) + \arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

в) $\frac{\pi}{4}$

г) $\frac{\pi}{3}$



(1) 16

Два друга независимо друг от друга случайным образом выбирают по одному числу из следующих ста чисел: 1, 2, ..., 100. Какова вероятность того, что число, выбранное одним из друзей, будет равно квадрату числа, выбранного другим?

а) $\frac{19}{10000}$

б) $\frac{9}{5000}$

в) $\frac{1}{500}$

г) $\frac{1}{100}$

(1) 17

Найдите множество всех значений параметра k , при которых уравнение $3^{x+2} - 2 \cdot 3^x + 1 = k$ **не имеет** решений.

а) $(-\infty; 0)$

б) $(-\infty; 0]$

в) $[1; \infty)$

г) $(-\infty; 1]$

(1) 18

Четырех учеников класса зовут Георгий, а троих - Нино. Из этого класса учитель должен выбрать троих учеников, среди которых должны быть только один Георгий и только одна Нино. Сколько учеников в классе, если известно, что таким образом учитель может выбрать троих учеников 144 различными способами?

а) 14

б) 19

в) 20

г) 21

(1) 19

В прямоугольной системе координат дан правильный треугольник, две вершины которого имеют координаты $(2; 0)$ и $(0; 2)$. Третья вершина треугольника лежит в третьей координатной четверти. Найдите ее координаты.

а) $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

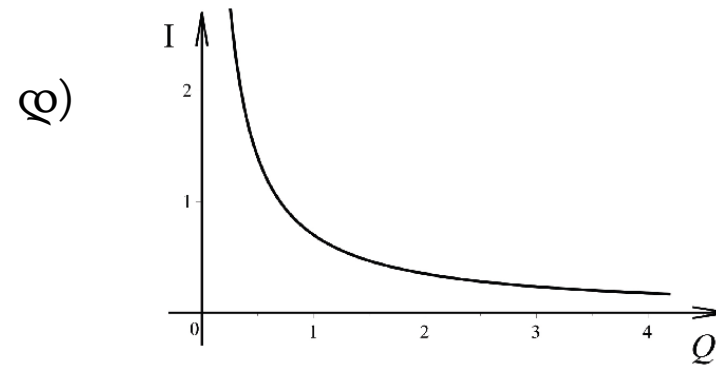
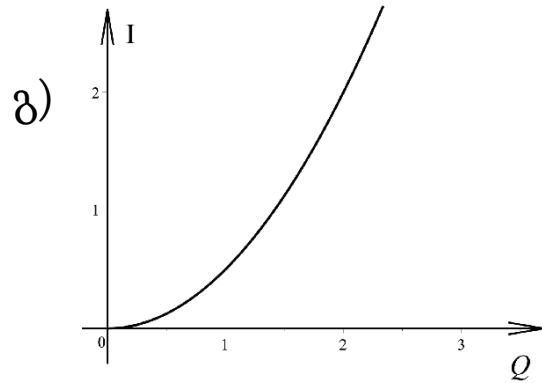
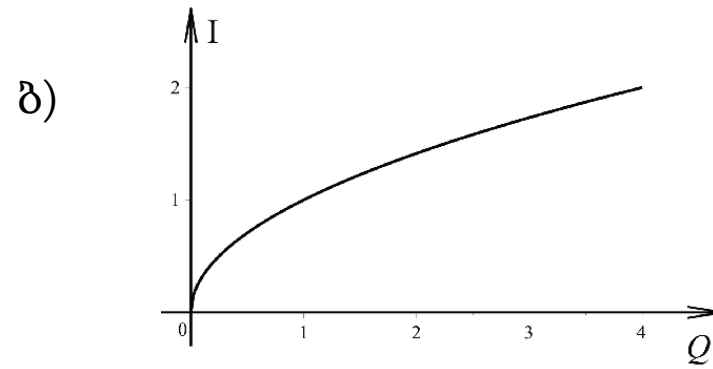
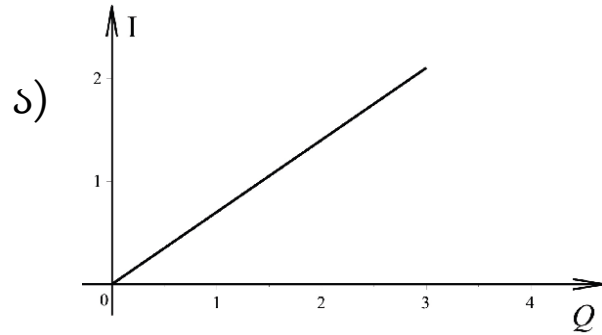
б) $(-\sqrt{3}-1; -\sqrt{3}-1)$

в) $(1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$

г) $(-1; -1)$

(1) 20

Q и I - неотрицательные величины. Известно, что величина Q прямо пропорциональна квадрату величины I . На одном из нижеприведенных графиков изображен график зависимости I от Q . Найдите этот график.



(1) 21

Найдите радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, если длины катетов этого треугольника $\sqrt{3}$ см и 1 см.

а) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ см

б) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ см

в) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ см

г) $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ см

(1) 22

График функции $y = 2x^2 + 8x + 5$, заданный на координатной плоскости, перенесли на 3 единицы в положительном направлении оси абсцисс и на 2 единицы в отрицательном направлении оси ординат. Какое уравнение описывает полученный график?

а) $y = 2x^2 - 4x - 3$

б) $y = 2x^2 - 4x - 1$

в) $y = 2x^2 - 6x + 3$

г) $y = 2x^2 - 4x + 2$

(1) 23

Найдите множество решений неравенства $\lg(10^x \sin x) > x$.

а) $\left(\frac{1}{10}; \frac{\pi}{2}\right)$

б) $\left(\frac{\pi}{2}; \infty\right)$

в) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

г) \emptyset

(1) 24

Отображение, определенное равенством $f(z) = i \cdot z$, где $z = x + iy$, а i -мнимая единица, в прямоугольной системе координат Oxy есть

- а) поворот вокруг центра O против часовой стрелки на угол 90° ;
- б) поворот вокруг центра O по часовой стрелке на угол 90° ;
- в) симметрия относительно центра O ;
- г) симметрия относительно оси ординат.

(1) 25

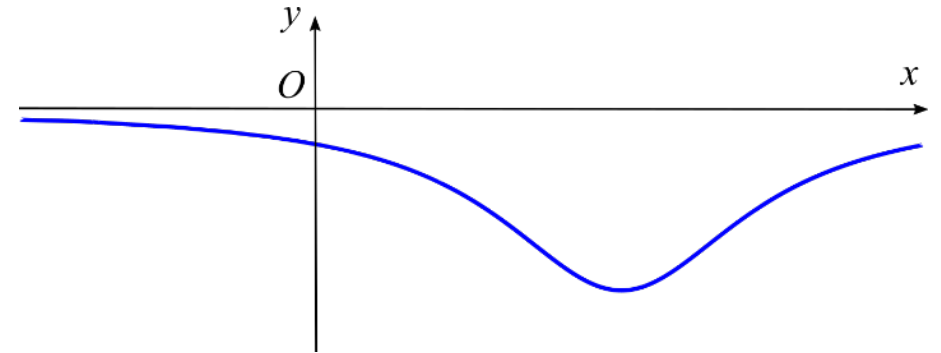
На рисунке изображен график в координатной плоскости Oxy одной из функций, перечисленных ниже. График какой функции изображен на рисунке?

а) $y = \frac{1}{-4x - x^2 - 5}$

б) $y = \frac{1}{4x - x^2 - 5}$

в) $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$

г) $y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$



(1) 26

Сколько решений имеет уравнение $\frac{\operatorname{tg}(2x)}{x - \pi} = 0$ в промежутке $(0; 10)$?

а) 5

б) 7

в) 6

г) 8

(1) 27

Закон распределения дискретной случайной величины X приведен в таблице.

x	1	4	5
$P(X = x)$	0,2	$\frac{1}{3} + b$	$\frac{1}{3} - 2b$

Найдите значение параметра b .

а) $\frac{11}{30}$

б) $-\frac{2}{15}$

в) $-\frac{1}{6}$

г) $\frac{1}{15}$

(1) 28

$$\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx =$$

а) $\frac{3}{2}$

б) $2 + e$

в) $\frac{2}{e^2} - \frac{1}{e}$

г) 2

(1) 29

Какое из нижеперечисленных высказываний **обязательно верно**, если последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$ сходится, а последовательность $(y_n)_{n \geq 1}$ расходится?

- а) $(x_n + y_n)_{n \geq 1}$ последовательность сходится;
- б) $(x_n \cdot y_n)_{n \geq 1}$ последовательность расходится;
- в) $(x_n - y_n)_{n \geq 1}$ последовательность сходится;
- г) $(x_n + y_n)_{n \geq 1}$ последовательность расходится.

(1) 30

В треугольной пирамиде все ребра равны. Найдите косинус двугранного угла, составленного двумя гранями.

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $\frac{1}{2}$

в) $\frac{1}{3}$

г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(10) 31

Выполните следующие задания на тему «Квадратное уравнение и теорема Виета»:

(4) I. Приведите определение квадратного уравнения.

В квадратном трехчлене методом выделения полного квадрата решите квадратное уравнение с буквенными коэффициентами. Рассмотрите все возможные случаи.

(3) II. Для неприведенного квадратного уравнения сформулируйте и докажите теорему Виета.

(3) III. Решите следующую задачу: «Найти все значения параметра p , для которых сумма действительных корней уравнения $x^2 - (p^2 + 3)x + p + 4 = 0$ равна 4». Изложите понятно для учащихся свое решение.

(5) 32

Докажите, что в прямоугольном треугольнике сумма длин катетов меньше суммы длин гипотенузы и высоты, опущенной на гипотенузу.

(7) 33

После изучения темы «Правила начисления простых и сложных процентов», учащимся задали следующую задачу:

«Тамара открыла в банке депозит на определенную сумму, на котором начислялись сложные годовые проценты, при этом годовая процентная ставка оставалась постоянной. Через два года сумма на депозите Тамары составила a лари, а по прошествии еще двух лет - составила b лари ($b > a$). Найдите какую сумму внесла Тамара в банк при открытии депозита и чему равна годовая процентная ставка.»

Один из учащихся решил эту задачу следующим образом:

«Поскольку в течении последних двух лет сумма на депозите Тамары возросла на $b - a$ лари, то при открытии депозита Тамара внесла $a - (b - a) = 2a - b$ лари. Если годовая процентная ставка составляет $r\%$,

то по условию задачи имеем $(2a - b) + (2a - b) \cdot \frac{2r}{100} = a$, откуда получаем $r = \frac{b - a}{2a - b} \cdot 50$.

Ответ: при открытии депозита Тамара внесла $2a - b$ лари, а годовая процентная ставка $\frac{b - a}{2a - b} \cdot 50\%$.»

Ваше задание:

(3) I. Объясните, какую ошибку допустил учащийся при решении задачи.

Приведите формулы для вычисления суммы на депозите Тамары по прошествии n лет с момента открытия депозита при начислении соответственно простых и сложных годовых процентов, если исходная сумма при открытии депозита была M лари, а годовая процентная ставка составляет $r\%$.

(4) II. Решите задачу заданную учащимся. Изложите понятно для учащихся свое решение.