

მასწავლებლების საგამოცდო ტესტის

შეფასების სქემა მათემატიკაში

ამოცანების პასუხები (1-30)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ბ	დ	ბ	ა	ბ	ბ	დ	ბ	დ	ბ	ბ	ბ	დ	დ	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ა	დ	ბ	ბ	ბ	ა	ა	დ	ა	ბ	ა	ბ	ა	დ	ბ

ქვემოთ თითოეული დავალებისათვის ნიმუშად წარმოდგენილია ერთ-ერთი შესაძლო პასუხი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება.

დავალება 31

შეასრულეთ შემდეგი დავალებები თემაზე - „კვადრატული განტოლება და ვიეტის თეორემა“:

I. განმარტეთ, რას ეწოდება კვადრატული განტოლება.

კვადრატულ სამწევრში სრული კვადრატის გამოყოფის მეთოდით ამოხსენით ასოით კოეფიციენტებიანი კვადრატული განტოლება. განიხილეთ ყველა შესაძლო შემთხვევა.

II. დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლებისთვის ჩამოაყალიბეთ და დაამტკიცეთ ვიეტის თეორემა.

III. ამოხსენით ამოცანა: „იპოვეთ  $p$  პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$x^2 - (p^2 + 3)x + p + 4 = 0$$

განტოლების ნამდვილი ფესვების ჯამი ტოლია 4 -ის“. ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე.

ამოხსნა

31.I

$ax^2 + bx + c = 0$  სახის განტოლებას, სადაც  $a$  ნულისაგან განსხვავებული ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვია, ხოლო  $b$  და  $c$  ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია, ეწოდება კვადრატული განტოლება.

გვაქვს

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left( x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left( \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left( c - \frac{b^2}{4a^2} \right) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \end{aligned}$$

განვიხილოთ განტოლება  $a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$ . შემოვიღოთ

აღნიშვნა  $D = b^2 - 4ac$ . მას ვუწოდოთ  $ax^2 + bx + c = 0$  კვადრატული

განტოლების დისკრიმინანტი.  $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$  განტოლება

ტოლფასია  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$  განტოლების. გვაქვს სამი შესაძლო

შემთხვევა:

1) თუ  $D < 0$  მაშინ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი;

2) თუ  $D > 0$  მაშინ  $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{D}}{2a}$  და განტოლებას აქვს ორი ამონახსნი:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ და } x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a};$$

3) თუ  $D = 0$ , მაშინ  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ , ე. ი. განტოლებას აქვს მხოლოდ ერთი ამონახსნი.

### 31.II

სამართლიანია ვიეტის თეორემა:

ვთქვათ  $x_1$  და  $x_2$  არიან  $ax^2 + bx + c = 0$  კვადრატული განტოლების ამონახსნები, მაშინ სამართლიანია ტოლობები:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ და } x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

მართლაც,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

და

$$x_1 x_2 = \left(\frac{-b - \sqrt{D}}{2a}\right) \left(\frac{-b + \sqrt{D}}{2a}\right) = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

### 31.III

ვიეტის თეორემით  $x_1 + x_2 = p^2 + 3$ . ამოცანის პირობის თანახმად

$p^2 + 3 = 4$ , საიდანაც  $p = -1$  ან  $p = 1$ . როცა  $p = 1$ , მაშინ მიიღება

განტოლება  $x^2 - 4x + 5 = 0$ , რომელსაც არ აქვს ნამდვილი ფესვები. როცა

$p = -1$ , მაშინ მიიღება განტოლება  $x^2 - 4x + 3 = 0$  და მისი ნამდვილი ფესვებია 3 და 1.

**პასუხი:**  $p = -1$ .

### დავალება 32

დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების სიგრძეების ჯამი ჰიპოტენუზისა და ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეთა ჯამზე ნაკლებია.

#### ამოხსნა

თუ სამკუთხედის კათეტებია  $a$  და  $b$ , ჰიპოტენუზა  $c$ , ხოლო

ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე  $h$ , მაშინ  $S_{\square} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$ , ამიტომ

$$ab = ch.$$

გამოვთვალოთ  $(a+b)^2$ . გვაქვს

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ch = (c+h)^2 - h^2 < (c+h)^2.$$

ამიტომ  $a + b < c + h$ .

### დავალეზა 33

თემის „პროცენტის დარიცხვის მარტივი და რთული წესის“ შესწავლის შემდეგ მოსწავლეებს საშინაო დავალეზად მიცემული ჰქონდათ შემდეგი ამოცანა:

„თამარმა ბანკში ანაბარზე შეიტანა გარკვეული რაოდენობის თანხა რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით. ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი მუდმივია. ორი წლის გასვლის შემდეგ თამარის ანაბარზე  $a$  ლარი იყო, ხოლო კიდევ ორი წლის გასვლის შემდეგ კი  $b$  ლარი ( $b > a$ ). იპოვეთ, რა თანხა შეიტანა თამარმა ბანკში და რას უდრის ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი.“

ერთ-ერთმა მოსწავლემ ეს ამოცანა შემდეგი გზით ამოხსნა:

„რადგან ბოლო ორ წელიწადში თამარის ანაბარზე არსებული თანხა გაიზარდა  $b - a$  ლარით, ამიტომ თამარს ანაბარზე შეუტანია  $a - (b - a) = 2a - b$  ლარი. თუ ბანკის წლიურ საპროცენტო განაკვეთს აღვნიშნავთ  $r\%$ -ით, მაშინ პირობის თანახმად გვექნება

$$(2a - b) + (2a - b) \cdot \frac{2r}{100} = a, \text{ საიდანაც მივიღებთ } r = \frac{b - a}{2a - b} \cdot 50.$$

პასუხი: თამარმა ბანკში შეიტანა  $2a - b$  ლარი, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია  $\frac{b - a}{2a - b} \cdot 50\%$ .“

**თქვენი დავალეზა:**

I. ახსნათ, რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში.

მოიყვანეთ ანაბარის გახსნიდან  $n$  წლის შემდეგ მასზე არსებული თანხის გამოსაანგარიშებელი ფორმულები შესაბამისად წლიური მარტივი და წლიური რთული პროცენტის დარიცხვის წესის შემთხვევებისათვის, თუ ანაბარი გაიხსნა  $M$  ლარით და ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია  $r\%$ .

II. ამოხსნათ საშინაო დავალეზად მიცემული ამოცანა, მსჯელობა აწარმოეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

### ამოხსნა

#### 33. I

ამოცანის პირობის თანახმად ანაბარს თანხა ერიცხებოდა რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით, მოსწავლემ კი გამოიყენა მარტივი წლიური პროცენტის დარიცხვის წესი, რაც შეცდომაა.

თუ ანაბარი გაიხსნა  $M$  ლარით და ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია  $r\%$ , მაშინ მარტივი წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით  $n$  წლის შემდეგ

ანაბარზე იქნება  $M \left(1 + \frac{nr}{100}\right)$  ლარი, ხოლო რთული წლიური პროცენტის

დარიცხვის წესით  $M \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$  ლარი.

#### 33. II

ვთქვათ თამარმა ბანკში შეიტანა  $x$  ლარი, ხოლო ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია  $r\%$ , მაშინ რთული პროცენტის დარიცხვის წესით, თამარის

ანგარიშზე თანხა ორი წლის შემდეგ იქნება  $x \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = a$ , ხოლო ოთხი

წლის გასვლის შემდეგ  $x \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 = b$ . გავყოთ მეორე განტოლებას

პირველზე, მივიღებთ  $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{b}{a}$ . საიდანაც  $1 + \frac{r}{100} = \sqrt{\frac{b}{a}}$  და

$r = \left(\sqrt{\frac{b}{a}} - 1\right) \cdot 100$ . ამასთან  $x = \frac{a^2}{b}$ .

**პასუხი:** თამარმა ბანკში შეიტანა  $\frac{a^2}{b}$  ლარი, ხოლო წლიური საპროცენტო

განაკვეთია  $\left(\sqrt{\frac{b}{a}} - 1\right) \cdot 100\%$ .