

როგორ მოვემზადოთ მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და
საგნობრივი კომპეტენციის დამადასტურებელი ტესტირებისათვის

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ ა

2021

თბილისი

კრებული წარმოადგენს „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ საკუთრებას და დაცულია საქართველოს კანონით - „საავტორო და მომიჯნავე უფლებების შესახებ“.

„შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ ნებართვის გარეშე დაუშვებელია ტექსტში რაიმე ცვლილების შეტანა, მისი რეპროდუქცია, თარგმნა და სხვა საშუალებებით (როგორც ბეჭდვითი, ასევე ელექტრონული ფორმით) გავრცელება, აგრეთვე იკრძალება კრებულის გამოყენება კომერციული მიზნებისათვის.

სარჩევი

შესავალი	4
საგნის გამოცდის/საგნობრივი კომპეტენციის დადასტურების ტესტირების პროგრამა	5
მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კომპეტენციის დამადასტურებელი ტესტი	16
ტესტის პასუხები	28

შესავალი

მათემატიკაში 2021 წლის მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კომპეტენციის დადასტურების ტესტის სტრუქტურამ განიცადა ცვლილება. ახალი ტესტი შედგება 27 დავალებისაგან. აქედან პირველი 24 ამოცანიდან თითოეულს თან ახლავს 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთია სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდება 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერება სწორი პასუხის მითითებისთვის.

დავალებები ოცდამეხუთედან ოცდამეშვიდეს ჩათვლით ღია ტიპის არის. ოცდამეხუთე დავალება ფასდება 7 ქულით, ოცდამეექვსე და ოცდამეშვიდე დავალებები კი ფასდება 5-5 ქულით. სულ ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულა 41-ის ტოლია. 60%-იანი ბარიერის გადასალახავად საჭიროა გამოსაცდელმა მოაგროვოს არანაკლებ 25 ქულა.

ტესტის დასაწერად გამოყოფილი დრო არის 4 საათი.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება პედაგოგებს მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კომპეტენციის დამადასტურებელი ტესტირების წარმატებით გადალახვაში.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186

მინდელის ქ. 9

შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგნის გამოცდის/საგნობრივი კომპეტენციის დადასტურების ტესტირების პროგრამა

პროგრამა შედგენილია გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფმა ცენტრთან არსებულ საკონსულტაციო საბჭოსთან ერთად. საბჭოს შემადგენლობაში შედიოდნენ საქართველოს უმაღლესი სასწავლებლების, კვლევითი ინსტიტუტების, სასწავლო პროგრამების, შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრისა და საჯარო სკოლების წარმომადგენლები.

პროგრამა ეფუძნება საბაზო და საშუალო საფეხურის მასწავლებლის პროფესიულ სტანდარტს მათემატიკაში.

პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა აუცილებელია საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კონპეტენციის დადასტურების ტესტის ჩასაბარებლად. მათი დაზუსტება კი ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რისი ცოდნა მოეთხოვება პედაგოგს შესაბამისი საკითხის გარშემო.

1. ალგებრა და ანალიზის საწყისები

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
1.1	სიმრავლე. ოპერაციები სიმრავლეებზე. ვენის დიაგრამები.	<p>სიმრავლე, ქვესიმრავლე, ორი სიმრავლის ტოლობა, ცარიელი სიმრავლე. ელემენტარული ოპერაციები სიმრავლეებზე: სიმრავლეთა გაერთიანება, თანაკვეთა, სხვაობა, სიმრავლის დამატება.</p> <p>ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლი.</p>
1.2	გამონათქვამები და ოპერაციები გამონათქვამებზე. დასაბუთების მეთოდები.	<p>ლოგიკური ოპერაციები გამონათქვამებზე: უარყოფა, კონიუნქცია, დიზიუნქცია, იმპლიკაცია. მათი ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილი.</p> <p>გამონათქვამთა ტოლფასობის შემოწმება ჭეშმარიტულ მნიშვნელობათა ცხრილის საშუალებით. ზოგადმართებული გამონათქვამები.</p> <p>ლოგიკური გამომდინარეობა; დამტკიცების ცნება; გამონათქვამთა თავსებადი და არათავსებადი ერთობლიობები.</p> <p>$A \Rightarrow B$ გამონათქვამის კონვერსიული, ინვერსიული და კონტრაპოზიციური გამონათქვამები. კონტრაპოზიციის კანონი.</p> <p>მათემატიკური დებულებების დასაბუთების მეთოდები: საწინააღმდეგოს დაშვება, კონტრმაგალითის აგება და მათემატიკური ინდუქცია.</p> <p>ზოგადობისა და არსებობის კვანტორები.</p>
1.3	ასახვა. ასახვის გრაფიკი. ასახვათა უმარტივესი კლასიფიკაცია.	<p>ასახვის განსაზღვრის არე. ასახვის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ასახვის შეზღუდვა განსაზღვრის არის ქვესიმრავლეზე. ასახვის გრაფიკი.</p> <p>სიმრავლის სახე და წინა სახე ასახვის მიმართ.</p> <p>ასახვათა კომპოზიცია.</p> <p>ასახვათა ტიპები: ინექცია, სიურექცია, ბიექცია.</p> <p>ბიექციური ასახვის შექცეული ასახვა.</p>
1.4	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. გამყოფი და ჯერადი.	<p>არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებზე.</p> <p>რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად. დაშლის ერთადერთობა.</p> <p>რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა. ევკლიდეს ალგორითმი.</p> <p>2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშნები.</p> <p>ნაშთი. ნაშთთა არითმეტიკა (ჯამი და ნამრავლი).</p>
1.5	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
1.6	რაციონალური რიცხვები.	<p>რაციონალური რიცხვების წარმოდგენა წილადებისა და ათწილადების სახით. რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე.</p> <p>რიცხვითი გამოსახულებები, მოქმედებათა თანმიმდევრობა რიცხვით გამოსახულებებში, არითმეტიკულ მოქმედებათა თვისებები.</p>

1.7	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	ართიმეტიკული მოქმედებები ნამდვილ რიცხვებზე, ნამდვილი რიცხვების შედარება, რიცხვითი უტოლობები და მათი თვისებები.
		არათანაზომადი მონაკვეთები.
		ირაციონალური რიცხვის ათობითი მიახლოება.
1.8	რიცხვის ჩაწერის პოზიციური სისტემა	რიცხვის გამოსახვა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.
		ერთ პოზიციურ სისტემაში გამოსახული რიცხვის გამოსახვა მეორე პოზიციურ სისტემაში.
1.9	რიცხვითი ღერძი. რიცხვითი შუალედები	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
		ერთცვლადიანი წრფივი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
1.10	რიცხვის მოდული.	მოდულის ძირითადი თვისებები და მისი გეომეტრიული აზრი.
1.11	პროპორცია.	პროპორციის თვისებები, პროპორციის უცნობი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით.
		პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
1.12	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით.
		რიცხვის ჩაწერა პროცენტის სახით.
1.13	ხარისხი	ხარისხი ნატურალური, მთელი და რაციონალური მაჩვენებლით.
		ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ახარისხება. ტოლ ფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
1.14	n -ური ხარისხის ფესვი, ართიმეტიკული ფესვი.	ართიმეტიკული ფესვის თვისებები.
1.15	მრავალწევრები	შეკრება, გამოკლება, გამრავლება. გაყოფა. მრავალწევრის ფესვები. ბეზუს თეორემა. ევკლიდეს ალგორითმი.
		მამრავლებად დაშლა. შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.
1.16	ალგებრული გამოსახულება	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
		ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა.
1.17	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ლოგარითმის ძირითადი თვისებები. ნატურალური ლოგარითმი.
1.18	მართკუთხა კოორდინატ- თა სისტემა სიბრტყეზე და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე და ნამდვილ რიცხვთა სამეულის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა სივრცეში.
1.19	ფუნქცია, ფუნქციის გრაფიკი.	ფუნქციის განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. რთული ფუნქცია (ფუნქციათა კომპოზიცია), შექცეული ფუნქცია. კავშირი ფუნქციის თვისებებსა და მის გრაფიკს შორის.
		ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისათვის. ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით.

		ელემენტარული ფუნქციები: მრავალწევრები, წილადწრფივი, რაციონალური, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული, შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები – თვისებები და გრაფიკები.
1.20	კუთხის ზომა.	გრადუსული და რადიანული ზომა. კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
1.21	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი და კოტანგენსი. შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქციები.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის მნიშვნელობები $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ არგუმენტებისათვის; ფუნქციათა ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა (უმცირესი პერიოდის მოძებნა), ლუწობა, კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის.
		დაყვანის ფორმულები.
		ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის. ჯამის გარდაქმნა ნამრავლად და ნამრავლის გარდაქმნა ჯამად.
1.22	განტოლება, უტოლობები, განტოლებათა და უტოლობათა სისტემები.	წრფივი, კვადრატული, რაციონალური, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ირაციონალური, ტრიგონომეტრიული, მოდულის შემცველი განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემების, უტოლობებისა და უტოლობათა სისტემების ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები.
		ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები. პარამეტრის შემცველი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.
		ორუცნობიანი განტოლებების ამოხსნის ხერხები (მაგ., გრაფიკული, დამხმარე ცვლადის შემოტანა). ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა საკოორდინატო სიბრტყეზე.
		წრფივ ორუცნობიან უტოლობათა სისტემა, მისი ამონახსნთა სიმრავლის გამოსახვა სიბრტყეზე. წრფივი დაპროგრამების ამოცანა (გეომეტრიული ამოხსნა).
1.23	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის შედგენაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა ან განტოლებათა სისტემის შედგენით.
1.24	რიცხვითი მიმდევრობები.	მიმდევრობის n -ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.
		ართმეტიკული პროგრესია: ართმეტიკული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
		გეომეტრიული პროგრესია: გეომეტრიული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
		მიმდევრობის მოცემის რეკურენტული ხერხი. ფიბონაჩის მიმდევრობა.
		რიცხვითი მიმდევრობის კრებადობა. კრებად მიმდევრობათა არითმეტიკული თვისებები. უსასრულოდ მცირე და უსასრულოდ დიდი მიმდევრობები.

		თეორემა ზრდადი (კლებადი) და ზემოდან (ქვემოდან) შემოსაზღვრული მიმდევრობის კრებადობის შესახებ. ნეპერის რიცხვი, როგორც მიმდევრობის ზღვარი. უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი.
1.25	ფუნქციის ზღვარი. ფუნქციის უწყვეტობა.	ფუნქციის ზღვარი წერტილში. წერტილში ფუნქციის ზღვარი მარცხნიდან და მარჯვნიდან. წერტილში ფუნქციის ზღვრის არითმეტიკული თვისებები. ფუნქციის წყვეტა წერტილში და წყვეტის წერტილთა კლასიფიკაცია. ფუნქციის უწყვეტობა წერტილში. უწყვეტი ფუნქციის ცნება. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციათა უწყვეტობა. სეგმენტზე განსაზღვრულ უწყვეტ ფუნქციათა გლობალური თვისებები: ბოლცანო-კოშის თეორემა შუალედური მნიშვნელობის შესახებ; ვაიერშტრასის თეორემა მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობების მიღწევადობის შესახებ.
1.26	ფუნქციის წარმოებული.	ფუნქციის წარმოებული განსაზღვრის არის შიგა წერტილში და მისი გეომეტრიული და ფიზიკური შინაარსი. ფუნქციათა ჯამის, სხვაობის, ნამრავლისა და განაყოფის წარმოებული. ფუნქციათა კომპოზიციის წარმოებული. შექცეული ფუნქციის წარმოებული. ელემენტარულ ფუნქციათა წარმოებულები. წარმოებადი ფუნქციის გრაფიკის მხები წრფის განტოლება. ფერმას თეორემა.
1.27	ფუნქციის გამოკვლევა წარმოებულის გამოყენებით.	ფუნქციის მონოტონურობის შუალედების დადგენა წარმოებულის გამოყენებით. ფუნქციის გამოკვლევა ლოკალურ ექსტრემუმზე. სეგმენტზე განსაზღვრული წარმოებადი ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობის მოძებნა. ვერტიკალური და დახრილი ასიმპტოტების მოძებნა. ფუნქციის გრაფიკის სქემატური გამოსახვა მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში.
1.28	ინტეგრება.	ფუნქციის პირველადი და განუსაზღვრელი ინტეგრალი. ძირითად ელემენტარულ ფუნქციათა განუსაზღვრელი ინტეგრალები. განუსაზღვრელი ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ. რიმანის ინტეგრალი. მისი გეომეტრიული შინაარსი. რიმანის ინტეგრალის ძირითადი თვისებები: წრფივობა, ადიტიურობა, ნაწილობითი ინტეგრება, ცვლადის გარდაქმნა განსაზღვრულ ინტეგრალში. ნიუტონ-ლაიბნიცის ფორმულა. მრუდწირული ტრაპეციის ფართობის გამოთვლა განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენებით.
1.29	კომპლექსური რიცხვები.	კომპლექსური რიცხვების ჩაწერის ალგებრული და ტრიგონომეტრიული ფორმა. კომპლექსური რიცხვების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კომპლექსური რიცხვის მოდული,

		არგუმენტი. კომპლექსური რიცხვის შეუღლებული რიცხვი. ართომეტიკული მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა კომპლექსურ რიცხვთა სიმრავლეში.
		ალგებრის ძირითადი თეორემა.
		ვიეტის თეორემა ნებისმიერი ხარისხის მრავალწევრებისათვის.
		კომპლექსური რიცხვის ნატურალური ხარისხი (მუავრის ფორმულა). n -ური ხარისხის ფესვი კომპლექსური რიცხვიდან.
1.30	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლება, ჯუფთება და წყობათა რაოდენობების გამოსათვლელი ფორმულები. ნიუტონის ბინომი, ბინომიალური კოეფიციენტების თვისებები, პასკალის სამკუთხედი.
1.31	გრაფები.	ძირითადი ცნებები გრაფთა თეორიიდან: წვერო, წიბო, რკალი, მარყუჟი, მოსაზღვრე წვეროები და წიბოები, წიბოს და წვეროს ინციდენტურობა, მარშრუტი, შემოვლა (გრაფზე), ჯაჭვი, მარტივი ჯაჭვი, ციკლი, ორიენტირებული და არაორიენტირებული გრაფები, ხე, წვეროს ხარისხი, მარშრუტის სიგრძე. გრაფების მოცემის ხერხები: ინციდენტურობის და მოსაზღვრეობის ცხრილებით, სიით. გრაფების იზომორფულობა. ბრტყელი გრაფის ეილერის მახასიათებელი. გრაფის უნიკურსალურობა. ბმული გრაფის უნიკურსალურობის აუცილებელი და საკმარისი ნიშანი (კენტი ინდექსის მქონე წვეროთა რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს ორს).

2. გეომეტრია

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
2.1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2.2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
2.3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
2.4	კუთხის ბისექტრისა	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
2.5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
2.6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი. ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.

2.7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.
		წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
2.8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
2.9	მრავალკუთხედი. ამოხსნილი მრავალკუთხედი.	გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი, პერიმეტრი.
		ამოხსნილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
2.10	სამკუთხედი.	გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე და მათი თვისებები.
		სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა; მათი თვისებები.
		სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება. სამკუთხედის შუახაზის თვისებები.
		სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები. სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები. მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება.
		სინუსებისა და კოსინუსების თეორემები. სამკუთხედის ამოხსნა.
		შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირი. მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის თვისება. სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები.
2.11	მანძილის თვისება.	სამკუთხედის უტოლობა.
2.12	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		პითაგორას თეორემა.
		თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებსა და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
2.13	თალესის თეორემა.	მონაკვეთის დაყოფა მოცემული პროპორციით.
2.14	პროპორციები გეომეტრიკაში.	ოქროს კვეთა, მონაკვეთთა საშუალო არითმეტიკული, საშუალო გეომეტრიული და საშუალო ჰარმონიული.
2.15	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
		პარალელოგრამობის ნიშნები.
		რომბის დიაგონალების თვისებები.

		მართკუთხედის დიაგონალების თვისება. მართკუთხედის სიმეტრიის ღერძები. კვადრეტი და მისი თვისებები.
2.16	ტრაპეცია	ტრაპეციის ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე, ტრაპეციის შუახაზი. ტრაპეციის შუახაზის თვისება. ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
2.17	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ერთეულოვანი კვადრატის ფართობი ერთის ტოლია. ტოლ ფიგურებს ტოლი ფართობები აქვთ. ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია.
2.18	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის, რომბის და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის, რომბის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
2.19	წრეწირი და წრე	ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი. რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა. რიცხვი π . წრეწირისა და წრეწირის რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები. ცენტრული და ჩახაზული კუთხეები და მათი თვისებები. წრეწირის მხების თვისება. ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება. წრიული სექტორის, წრიული სეგმენტის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.
2.20	გეომეტრიული აგებები.	ძირითადი გეომეტრიული აგებები ფარგლითა და სახაზავით: სამკუთხედის აგება მოცემული გვერდების მიხედვით, მოცემული კუთხის ტოლი კუთხის აგება, კუთხის ბისექტრისის აგება, მონაკვეთის შუამართობის აგება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პერპენდიკულარული წრფის გავლება, მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლება. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული შეფარდებით.
2.21	წესიერი მრავალკუთხედები.	წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და მათზე შემოხაზული წრეწირები. წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება. წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა.
2.22	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე. მოძრაობა.	ღერძული და ცენტრული სიმეტრიები, მობრუნება, ჰომოთეტია, პარალელური გადატანა. მსგავსების გარდაქმნა. ზემოთ ჩამოთვლილი გეომეტრიული გარდაქმნების გამოსახვა კოორდინატებში. გეომეტრიული გარდაქმნების კომპოზიციები.
2.23	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. კუთხე აცდენილ წრფეებს შორის. წრფეთა პარალელობის ნიშანი. წრფისა და სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.

		<p>წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.</p> <p>კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის. ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა. კუთხე სიბრტყეებს შორის.</p> <p>სიბრტყეთა პარალელობის ნიშანი.</p> <p>ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.</p> <p>მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე. სამი მართობის თეორემა.</p> <p>ფიგურის პარალელური დაგეგმილება სიბრტყეზე.</p>
2.24	მრავალწახნაგა.	<p>წვერო, წიბო, წახნაგი. ეილერის თეორემა.</p> <p>წესიერი მრავალწახნაგები (პლატონისეული სხეულები).</p>
2.25	პრიზმა.	<p>ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი.</p> <p>პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი).</p>
2.26	პირამიდა.	<p>წვერო, წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე.</p> <p>წესიერი პირამიდა. აპოთემა. წაკვეთილი პირამიდა.</p>
2.27	ბრუნვითი სხეულები.	<p>ცილინდრი. ცილინდრის ელემენტები: რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე. ცილინდრის ღერძული კვეთა.</p> <p>კონუსი. კონუსის ელემენტები: წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე. კონუსის ღერძული კვეთა. წაკვეთილი კონუსი.</p> <p>ბირთვი, სფერო. მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი. ბირთვის კვეთა სიბრტყით. სფეროს მხები სიბრტყე.</p> <p>წრფის გარშემო მრავალკუთხედის ბრუნვის შედეგად მიღებული სხეული.</p>
2.28	სივრცითი სხეულის მოცულობა.	<p>ერთის ტოლი წიბოს მქონე კუბის მოცულობა ერთის ტოლია. ტოლ სხეულებს ტოლი მოცულობები აქვთ. სივრცითი სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი სხეულების მოცულობათა ჯამის ტოლია.</p>
2.29	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	<p>კუბის, პარალელეპიპედის, პრიზმის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p> <p>პირამიდის, ცილინდრის, კონუსის, წაკვეთილი პირამიდის და წაკვეთილი კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p> <p>ბირთვის ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p>
2.30	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის შლილები და კვეთები.	<p>აღნიშნული ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.</p> <p>აღნიშნული ფიგურების კვეთა სიბრტყით.</p> <p>აღნიშნული ფიგურების აღდგენა ორთოგონალური გეგმილების მიხედვით.</p>
2.31	გეომეტრიული გარდაქმნები სივრცეში. მოძრაობა სივრცეში.	<p>ღერძული და ცენტრული სიმეტრიები. სიმეტრია სიბრტყის მიმართ. პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წრფის მიმართ. მსგავსების გარდაქმნა.</p> <p>გეომეტრიული გარდაქმნების (ღერძული და ცენტრული სიმეტრია, სიმეტრია სიბრტყის მიმართ, პარალელური გადატანა, ჰომოთეტია) გამოსახვა კოორდინატებში.</p> <p>სიმეტრიები კუბში, პარალელეპიპედში, წესიერ პრიზმაში, წესიერ პირამიდაში, კონუსში, სფეროსა და ბირთვში.</p>

2.32	ვექტორები.	ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება, სკალარული და ვექტორული გამრავლება. აღნიშნულ ოპერაციათა ძირითადი თვისებები.
		კოლინეარული და კომპლანარული ვექტორები. ვექტორებისა და ვექტორული ოპერაციების გამოსახვა კოორდინატებში. ვექტორის გაშლა საკოორდინატო ორტების მიმართ.
2.33	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სიბრტყეზე.	ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.
		წრფის განტოლება ზოგადი სახით. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება. წრფეთა კონის განტოლება. კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა პარალელურობის და მართობულობის პირობები.
		მანძილი წერტილიდან წრფემდე.
		მეორე რიგის წირები სიბრტყეზე: ელიფსი, ჰიპერბოლა და პარაბოლა. მათი კანონიკური განტოლებები. ფოკუსები, ნახევარღერძები, ექსცენტრისიტეტი, დირექტრისა.
2.34	ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები სივრცეში.	ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსახვა დეკარტულ კოორდინატებში. მონაკვეთის გაყოფა მოცემული პროპორციით.
		წრფის კანონიკური განტოლება. ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება.
		სიბრტყის ზოგადი სახის განტოლება სივრცეში. კუთხე ორ სიბრტყეს შორის. ორი სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები. წრფისა და სიბრტყის პარალელურობის და მართობულობის პირობები.
		მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.
2.35	არაევკლიდური გეომეტრიების შესახებ ელემენტარული წარმოდგენები.	ელიფსური გეომეტრიის რიმან-კლაინის მოდელი (გეომეტრია სფეროზე).
		ჰიპერბოლური (ლობაჩევსკის) გეომეტრიის პუანკარეს მოდელი (ფსევდოსფეროზე ან წრეზე).
		პარაბოლური (ევკლიდური), ელიფსური (გეომეტრია სფეროზე) და ჰიპერბოლური (გეომეტრია წრეზე) გეომეტრიების ზოგიერთი განმასხვავებელი ელემენტარული ნიშანი (მაგ., სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი, მოცემული წრფის გარეთ მდებარე წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლების შესაძლებლობა, მართკუთხედის არსებობა, საკერის ოთხკუთხედის ზედა კუთხეების კლასიფიკაცია).

3. მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
3.1	მონაცემთა წარმოდგენა	ცხრილი, პიქტოგრამა.

		დიაგრამა: წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი, წრიული, ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი დიაგრამა, ჰისტოგრამა, პოლიგონი, ოგევა, დაგროვილ ფარდობით სიხშირეთა დიაგრამა.
3.2	მონაცემთა მახასიათებლები.	ცენტრალური ტენდენციის საზომები (საშუალო, მედიანა, მოდა); მონაცემთა გაფანტულობის საზომები (გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა). სიხშირეთა განაწილება; დაგროვილი სიხშირე; დაგროვილი ფარდობითი სიხშირე; მონაცემთა პოზიციის მახასიათებელი - რანგი. დაწყვილებული მონაცემები, გაფანტულობის დიაგრამა, კორელაცია, კორელაციის კოეფიციენტი. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი.
3.3	ალბათობა.	ელემენტარული ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები. ალბათობის კლასიკური განსაზღვრა. ალბათობის გამოთვლა კომბინატორიკის გამოყენებით ან ვარიანტების დათვლით. ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა. პირობითი ალბათობა. ორი ხდომილობის ნამრავლის ალბათობა. დამოუკიდებელი ხდომილობები. სრული ალბათობის ფორმულა. ბაიესის ფორმულა. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდე და მისი განაწილების ფუნქცია. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის რიცხვითი მახასიათებლები: მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია. განმეორებითი ცდები. ბინომური განაწილება. გეომეტრიული ალბათობა.

4. ზომის ერთეულები

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტებები
4.1	სიგრძის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4.2	ფართობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4.3	მოცულობის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4.4	მასის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
4.5	დროის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	

4.6	სიჩქარის ერთეულები და კავშირები მათ შორის	
-----	---	--

მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კომპეტენციის დამადასტურებელი ტესტის ნიმუში

(1) 1

2 მ × 4 მ × 1 მ ზომების მქონე მართკუთხა პარალელებიპედის ფორმის რეზერვუარი ავსებულია ნავთით. იპოვეთ ნავთის მასა რეზერვუარში, თუ ცნობილია, რომ 1 ლიტრი ნავთის მასა $\frac{4}{5}$ კილოგრამია.

ა) 64 კგ

ბ) 640 კგ

გ) 6400 კგ

დ) 64 ტ

(1) 2

ორმა ფირმამ საერთო შემოსავალი ისე გაიყო, რომ პირველ ფირმას მეორე ფირმაზე 50%-ით მეტი თანხა ერგო. საერთო შემოსავლის რამდენი პროცენტი ერგო მეორე ფირმას?

ა) 25%

ბ) 30%

გ) 37,5%

დ) 40%

(1) 3

მართკუთხედის ფორმის კედელი, სიგრძით 2,64 მ და სიმაღლით 2,16 მ, სრულად უნდა დაიფაროს კვადრატული ფორმის ერთნაირი ფილებით გადაფარვებისა და ნარჩენების გარეშე. არჩევანი უნდა გაკეთდეს 10 სმ, 11 სმ, 12 სმ და 18 სმ სიგრძის გვერდის მქონე ფილებს შორის. რისი ტოლი უნდა იყოს საჭირო ფილების გვერდის სიგრძე?

ა) 10 სმ

ბ) 11 სმ

გ) 12 სმ

დ) 18 სმ

(1) 4

პირამიდის წიბოების რაოდენობა 6-ით მეტია წახნაგების რაოდენობაზე. რამდენი წიბო აქვს პირამიდას?

ა) 14

ბ) 12

გ) 16

დ) 18

(1) 5

თუ $|a| < b$, მაშინ $|a - b| \cdot |a + b|$ გამოსახულება იგივეურად ტოლია გამოსახულების

ა) $a^2 + b^2$

ბ) $a^2 - b^2$

გ) $b^2 - a^2$

დ) $-a^2 - b^2$

(1) 6

დაალაგეთ ზრდის მიხედვით რიცხვები: $\log_5 2$, $\log_2 5$, $\log_5 3$.

ა) $\log_2 5$, $\log_5 2$, $\log_5 3$

ბ) $\log_5 2$, $\log_5 3$, $\log_2 5$

გ) $\log_2 5$, $\log_5 3$, $\log_5 2$

დ) $\log_5 3$, $\log_5 2$, $\log_2 5$

(1) 7

იპოვეთ $a + b$, თუ ცნობილია, რომ $-x^2 + ax + b > 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $(-7; 4)$.

ა) -28

ბ) -3

გ) 24

დ) 25

(1) 8

$f(x) = \sin x \cdot \cos x$ ფუნქციის უმცირესი დადებითი პერიოდია

ა) $\frac{\pi}{2}$

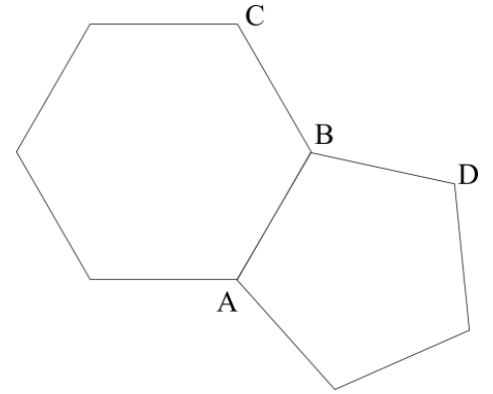
ბ) π

გ) 2π

დ) 4π

(1) 9

სურათზე მოცემულ წესიერ ხუთკუთხედსა და წესიერ ექვსკუთხედს AB გვერდი საერთო აქვს. იპოვეთ CBD კუთხის გრადუსული ზომა.

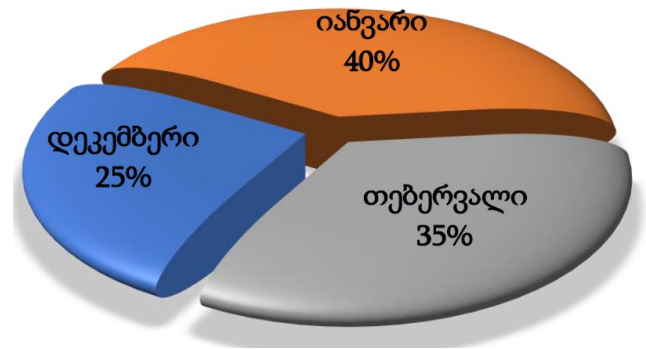


- ა) 122°
- ბ) 118°
- გ) 138°
- დ) 132°

(1) 10

ოჯახის მიერ დეკემბერში, იანვარსა და თებერვალში ჯამურად მოხმარებული ელექტროენერჯის პროცენტული განაწილება თვეების მიხედვით წარმოდგენილია წრიული დიაგრამის სახით (იხ. სურათი). რამდენი პროცენტით შემცირდა თებერვალში ელექტროენერჯის მოხმარება იანვართან შედარებით?

ელექტროენერჯის მოხმარება



- ა) 5 %
- ბ) 10 %
- გ) 12,5 %
- დ) 15 %

(1) 11

კენტი ნატურალური რიცხვის ჩანაწერი ორობით პოზიციურ სისტემაში შედგება სამი „0“-გან და ორი „1“-გან (ჩანაწერის პირველი ციფრი არანულოვანია). იპოვეთ ათობით პოზიციურ სისტემაში ამ რიცხვის ჩანაწერის ციფრთა ჯამი.

ა) 6

ბ) 8

გ) 9

დ) 10

(1) 12

იპოვეთ უმცირესი ნატურალური რიცხვი n , რომლისთვისაც სამართლიანია უტოლობა $1 + 2 + \dots + (n - 1) + n > 300$.

ა) 22

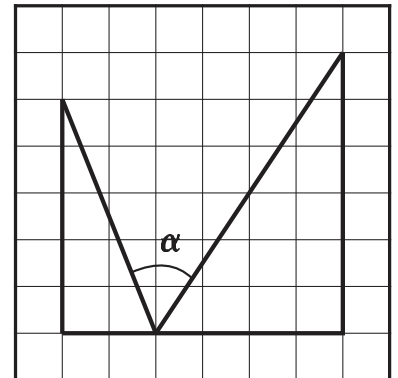
ბ) 23

გ) 24

დ) 25

(1) 13

უჯრედებიან ფურცელზე, რომლის თითოეული უჯრედი კვადრატს წარმოადგენს, გამოსახულია ტეხილი, რომლის წვეროები უჯრედების წვეროებს ემთხვევა (იხ. სურათი). სურათზე დაყრდნობით იპოვეთ α კუთხის ზომა რადიანებში.



ა) $\arctg\left(\frac{5}{2}\right) + \arctg\left(\frac{3}{2}\right)$

ბ) $\arctg\left(\frac{2}{5}\right) + \arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

გ) $\frac{\pi}{4}$

დ) $\frac{\pi}{3}$

(1) 14

ორი მეგობარი ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად შემთხვევით ირჩევს თითო რიცხვს შემდეგი ასი რიცხვიდან: 1, 2, ..., 100. რა არის იმის ალბათობა, რომ ერთ-ერთი მეგობრის მიერ არჩეული რიცხვი მეორე მეგობრის მიერ არჩეული რიცხვის კვადრატის ტოლი იქნება?

ა) $\frac{19}{10000}$

ბ) $\frac{9}{5000}$

გ) $\frac{1}{500}$

დ) $\frac{1}{100}$

(1) 15

იპოვეთ k პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც $3^{x+2} - 2 \cdot 3^x + 1 = k$ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი.

ა) $(-\infty; 0)$

ბ) $(-\infty; 0]$

გ) $[1; \infty)$

დ) $(-\infty; 1]$

(1) 16

კლასის მოსწავლეთაგან 4-ს ჰქვია გიორგი და 3-ს - ნინო. მასწავლებელმა ამ კლასიდან უნდა შეარჩიოს სამი მოსწავლე, რომლებშიც მოხვდება მხოლოდ ერთი გიორგი და მხოლოდ ერთი ნინო. რამდენი მოსწავლეა კლასში, თუ ცნობილია, რომ ამ სახით სამი მოსწავლის შერჩევა მასწავლებელს შეუძლია 144 განსხვავებული გზით?

ა) 14

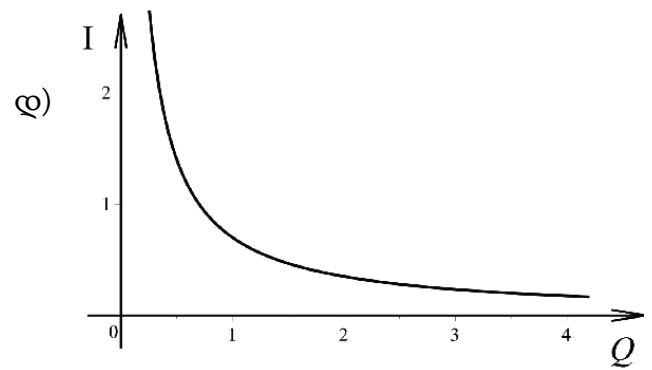
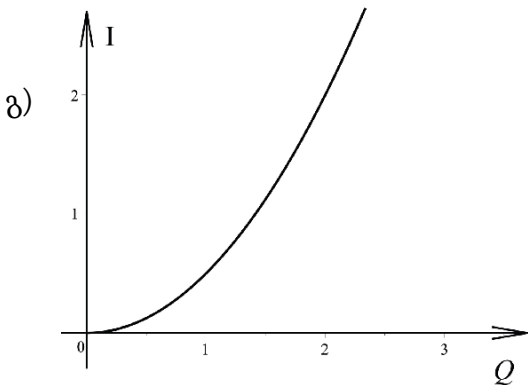
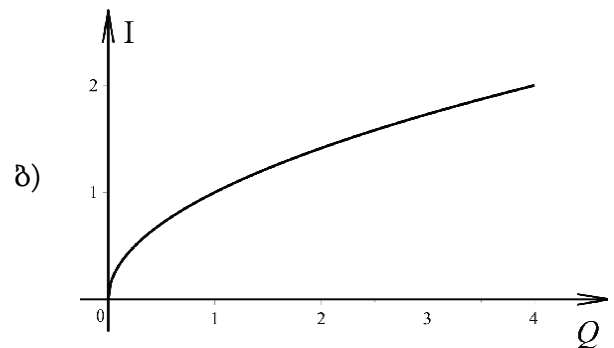
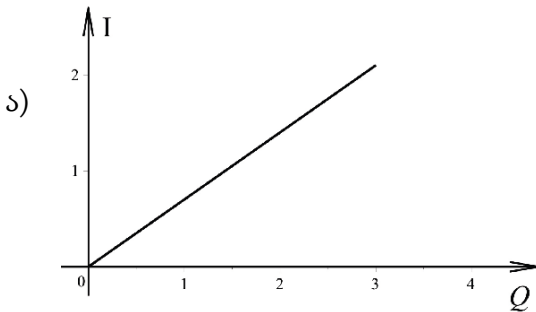
ბ) 19

გ) 20

დ) 21

(1) 17

Q და I არაუარყოფითი სიდიდეებია. ცნობილია, რომ Q სიდიდე I -ის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია. ქვემოთ მოცემული გრაფიკებიდან ერთ-ერთზე გამოსახულია I -ის Q -ზე დამოკიდებულების გრაფიკი. იპოვეთ ეს გრაფიკი.



(1) 18

იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ ამ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია $\sqrt{3}$ სმ და 1 სმ.

ა) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ სმ

ბ) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ სმ

გ) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ სმ

დ) $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ სმ

(1) 19

საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემული $y = 2x^2 + 8x + 5$ ფუნქციის გრაფიკი გადაიტანეს 3 ერთეულით აბსცისათა ღერძის დადებითი მიმართულებით და 2 ერთეულით ორდინატთა ღერძის უარყოფითი მიმართულებით. რომელი განტოლებით აღიწერება მიღებული გრაფიკი?

ა) $y = 2x^2 - 4x - 3$

ბ) $y = 2x^2 - 4x - 1$

გ) $y = 2x^2 - 6x + 3$

დ) $y = 2x^2 - 4x + 2$

(1) 20

იპოვეთ $\lg(10^x \sin x) > x$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

ა) $\left(\frac{1}{10}; \frac{\pi}{2}\right)$

ბ) $\left(\frac{\pi}{2}; \infty\right)$

გ) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

დ) \emptyset

(1) 21

$f(z) = i \cdot z$ ტოლობით განსაზღვრული ასახვა, სადაც $z = x + iy$, ხოლო i არის წარმოსახვითი ერთეული, Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში წარმოადგენს:

- ა) მობრუნებას O ცენტრის მიმართ 90° -ით საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგ მიმართულებით;
- ბ) მობრუნებას O ცენტრის მიმართ 90° -ით საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით;
- გ) სიმეტრიას O ცენტრის მიმართ;
- დ) სიმეტრიას ორდინატთა ღერძის მიმართ.

(1) 22

X დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის განაწილების კანონი მოცემულია ცხრილით

x	1	4	5
$P(X = x)$	0,2	$\frac{1}{3} + b$	$\frac{1}{3} - 2b$

იპოვეთ b პარამეტრის მნიშვნელობა.

- ა) $\frac{11}{30}$
- ბ) $-\frac{2}{15}$
- გ) $-\frac{1}{6}$
- დ) $\frac{1}{15}$

(1) 23

$$\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx =$$

ა) $\frac{3}{2}$

ბ) $2 + e$

გ) $\frac{2}{e^2} - \frac{1}{e}$

დ) 2

(1) 24

სამკუთხა პირამიდაში ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ორი წახნაგით შედგენილი ორწახნაგა კუთხის კოსინუსი.

ა) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ბ) $\frac{1}{2}$

გ) $\frac{1}{3}$

დ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(7) 25

თემის „პროცენტის დარიცხვის მარტივი და რთული წესის“ შესწავლის შემდეგ მოსწავლეებს საშინაო დავალებად მიცემული ჰქონდათ შემდეგი ამოცანა:

„თამარმა ბანკში ანაბარზე შეიტანა გარკვეული რაოდენობის თანხა რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით. ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი მუდმივია. ორი წლის გასვლის შემდეგ თამარის ანაბარზე a ლარი იყო, ხოლო კიდევ ორი წლის გასვლის შემდეგ კი b ლარი ($b > a$). იპოვეთ, რა თანხა შეიტანა თამარმა ბანკში და რას უდრის ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი.“

ერთ-ერთმა მოსწავლემ ეს ამოცანა შემდეგი გზით ამოხსნა:

„რადგან ბოლო ორ წელიწადში თამარის ანაბარზე არსებული თანხა გაიზარდა $b - a$ ლარით, ამიტომ თამარს ანაბარზე შეუტანია $a - (b - a) = 2a - b$ ლარი. თუ ბანკის წლიურ საპროცენტო განაკვეთს აღვნიშნავთ $r\%$ -ით, მაშინ პირობის თანახმად გვექნება

$$(2a - b) + (2a - b) \cdot \frac{2r}{100} = a, \text{ საიდანაც მივიღებთ } r = \frac{b - a}{2a - b} \cdot 50.$$

პასუხი: თამარმა ბანკში შეიტანა $2a - b$ ლარი, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია $\frac{b - a}{2a - b} \cdot 50\%$.“

თქვენი დავალებაა:

(3) I. ახსნათ, რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში.

მოიყვანეთ ანაბრის გახსნიდან n წლის შემდეგ მასზე არსებული თანხის გამოსაანგარიშებელი ფორმულები შესაბამისად წლიური მარტივი და წლიური რთული პროცენტის დარიცხვის წესის შემთხვევებისათვის, თუ ანაბარი გაიხსნა M ლარით და ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია $r\%$.

(4) II. ამოხსენით საშინაო დავალებად მიცემული ამოცანა, მსჯელობა აწარმოეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

(5) 26

დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების სიგრძეების ჯამი ჰიპოტენუზისა და ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეთა ჯამზე ნაკლებია.

(5) 27

შეასრულეთ შემდეგი დავალებები თემაზე - „კვადრატული განტოლება და ვიეტის თეორემა“:

(2) I. დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლებისთვის ჩამოაყალიბეთ და დაამტკიცეთ ვიეტის თეორემა.

(3) II. ამოხსენით ამოცანა: „იპოვეთ p პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$x^2 - (p^2 + 3)x + p + 4 = 0$$

განტოლების ნამდვილი ფესვების ჯამი ტოლია 4-ის“. ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე.

მასწავლებლის საგნის გამოცდისა და საგნობრივი კომპეტენციის დამადასტურებელი ტესტის
ნიმუშის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
გ	დ	გ	ა	გ	ბ	დ	ბ	დ	გ	ბ	დ

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ბ	ა	დ	ბ	ბ	ა	ა	დ	ა	ბ	ა	გ

(7) 25

თემის „პროცენტის დარიცხვის მარტივი და რთული წესის“ შესწავლის შემდეგ მოსწავლეებს საშინაო დავალებად მიცემული ჰქონდათ შემდეგი ამოცანა:

„თამარმა ბანკში ანაბარზე შეიტანა გარკვეული რაოდენობის თანხა რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით. ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი მუდმივია. ორი წლის გასვლის შემდეგ თამარის ანაბარზე a ლარი იყო, ხოლო კიდევ ორი წლის გასვლის შემდეგ კი b ლარი ($b > a$). იპოვეთ, რა თანხა შეიტანა თამარმა ბანკში და რას უდრის ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთი.“

ერთ-ერთმა მოსწავლემ ეს ამოცანა შემდეგი გზით ამოხსნა:

„რადგან ბოლო ორ წელიწადში თამარის ანაბარზე არსებული თანხა გაიზარდა $b - a$ ლარით, ამიტომ თამარს ანაბარზე შეუტანია $a - (b - a) = 2a - b$ ლარი. თუ ბანკის წლიურ საპროცენტო განაკვეთს აღვნიშნავთ $r\%$ -ით, მაშინ პირობის თანახმად გვექნება $(2a - b) + (2a - b) \cdot \frac{2r}{100} = a$,

საიდანაც მივიღებთ $r = \frac{b - a}{2a - b} \cdot 50$.

პასუხი: თამარმა ბანკში შეიტანა $2a - b$ ლარი, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია $\frac{b - a}{2a - b} \cdot 50\%$.“

თქვენი დავალებაა:

(3) I. ახსნათ, რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში.

მოიყვანეთ ანაზრის გახსნიდან n წლის შემდეგ მასზე არსებული თანხის გამოსაანგარიშებელი ფორმულები შესაბამისად წლიური მარტივი და წლიური რთული პროცენტის დარიცხვის წესის შემთხვევებისათვის, თუ ანაზარი გაიხსნა M ლარით და ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია r %.

- (4) II. ამოხსნათ საშინაო დავალებად მიცემული ამოცანა, მსჯელობა აწარმოეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

I. **ამოხსნა**

ამოცანის პირობის თანახმად ანაზარს თანხა ერიცხებოდა რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით, მოსწავლემ კი გამოიყენა მარტივი წლიური პროცენტის დარიცხვის წესი, რაც შეცდომაა.

თუ ანაზარი გაიხსნა M ლარით და ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია r %, მაშინ მარტივი წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით n წლის შემდეგ ანაზარზე იქნება $M\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$ ლარი, ხოლო რთული წლიური პროცენტის დარიცხვის წესით $M\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ ლარი.

II. **ამოხსნა**

ვთქვათ თამარმა ბანკში შეიტანა x ლარი, ხოლო ბანკის წლიური საპროცენტო განაკვეთია r %, მაშინ რთული პროცენტის დარიცხვის წესით, თამარის ანგარიშზე თანხა ორი წლის შემდეგ იქნება

$$x \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = a, \text{ ხოლო ოთხი წლის გასვლის შემდეგ } x \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 = b. \text{ გავყოთ მეორე განტოლება}$$

$$\text{პირველზე, მივიღებთ } \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{b}{a}. \text{ საიდანაც } 1 + \frac{r}{100} = \sqrt{\frac{b}{a}} \text{ და } r = \left(\sqrt{\frac{b}{a}} - 1\right) \cdot 100. \text{ ამასთან } x = \frac{a^2}{b}$$

პასუხი: თამარმა ბანკში შეიტანა $\frac{a^2}{b}$ ლარი, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია $\left(\sqrt{\frac{b}{a}} - 1\right) \cdot 100$

%.

დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების სიგრძეების ჯამი ჰიპოტენუსისა და ჰიპოტენუსაზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეთა ჯამზე ნაკლებია.

პირველი ამოხსნა

თუ სამკუთხედის კათეტებია a და b , ჰიპოტენუსა c , ხოლო ჰიპოტენუსაზე დაშვებული სიმაღლე h , მაშინ $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$, ამიტომ $ab = ch$.

გამოვთვალოთ $(a+b)^2$. გვაქვს $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ch = (c+h)^2 - h^2 < (c+h)^2$.

ამიტომ $a+b < c+h$.

მეორე ამოხსნა

თუ სამკუთხედის კათეტებია a და b , ჰიპოტენუსა c , ხოლო ჰიპოტენუსაზე დაშვებული სიმაღლე h , მაშინ $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$, ამიტომ $ab = ch$.

განვიხილოთ უტოლობათა შემდეგი ტოლფასი გარდაქმნები:

$a+b < c+h \Leftrightarrow (a+b)^2 < (c+h)^2 \Leftrightarrow 2ab < 2ch + h^2 \Leftrightarrow 0 < h^2$. ბოლო უტოლობის ჭეშმარიტება ამტკიცებს საწყისი $a+b < c+h$ უტოლობის ჭეშმარიტებას.

მესამე ამოხსნა

ვთქვათ b კათეტის მოპირდაპირე კუთხის სიდიდეა α . მაშინ, $b = a \cdot \operatorname{tg} \alpha$, $c = \frac{a}{\cos \alpha}$, $h = a \cdot \sin \alpha$. ამ

გამოსახულებების გათვალისწინებით $a+b < c+h$ უტოლობა ეკვივალენტურად გადაიწერება

შემდეგი სახით: $a + a \cdot \operatorname{tg} \alpha < \frac{a}{\cos \alpha} + a \cdot \sin \alpha$, ანუ, $\cos \alpha + \sin \alpha < 1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

უკანასკნელი უტოლობის დასამტკიცებლად საკმარისია ის კვადრატში ავიყვანოთ. მივიღებთ

$\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha < 1 + 2 \cos \alpha \sin \alpha + (\cos \alpha \sin \alpha)^2$, ანუ, $(\cos \alpha \sin \alpha)^2 > 0$, რაც ცხადი უტოლობაა.

(5) 27

შეასრულეთ შემდეგი დავალებები თემაზე - „კვადრატული განტოლება და ვიეტის თეორემა“:

(2) I. დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლებისთვის ჩამოაყალიბეთ და დაამტკიცეთ ვიეტის თეორემა.

(3) II. ამოხსენით ამოცანა: „იპოვეთ p პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$x^2 - (p^2 + 3)x + p + 4 = 0$$

განტოლების ნამდვილი ფესვების ჯამი ტოლია 4-ის“. ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე.

I. ამოხსნა

ვიეტის თეორემა:

ვთქვათ x_1 და x_2 არიან $ax^2 + bx + c = 0$ კვადრატული განტოლების ამონახსნები, მაშინ სამართლიანია ტოლობები:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ და } x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

მართლაც, განვიხილოთ ორი შემთხვევა. 1) თუ $D = b^2 - 4ac > 0$, მაშინ განტოლებას აქვს ორი

ამონახსნი: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ და $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$. მაშინ

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

და

$$x_1 x_2 = \left(\frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right) \left(\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \right) = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

2) თუ $D = b^2 - 4ac = 0$, მაშინ $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ და $x_1 + x_2 = \frac{-b}{2a} + \frac{-b}{2a} = -\frac{b}{a}$

და

$$x_1 x_2 = \left(\frac{-b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

II. ამოხსნა

ვიეტის თეორემით $x_1 + x_2 = p^2 + 3$. ამოცანის პირობის თანახმად $p^2 + 3 = 4$, საიდანაც $p = -1$ ან $p = 1$. როცა $p = 1$, მაშინ მიიღება განტოლება $x^2 - 4x + 5 = 0$, რომელსაც არ აქვს ნამდვილი ფესვები. როცა $p = -1$, მაშინ მიიღება განტოლება $x^2 - 4x + 3 = 0$ და მისი ნამდვილი ფესვებია 3 და 1.

პასუხი: $p = -1$.