

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
2020-21 УЧЕБНЫЙ ГОД
II ТУР X КЛАСС

Задача 1

5 баллов

Найти все действительные значения параметра k , для которых существует единственная пара действительных чисел (x, y) , которая удовлетворяет уравнению $y - x = k$ и неравенству $x^2 + y^2 + 3x \leq 1$.

Задача 2

5 баллов

Среди членов арифметической прогрессии встречаются числа $1, \frac{5}{4}$ и $\frac{8}{3}$. Из какого наименьшего количества членов может состоять такая прогрессия?

Задача 3

5 баллов

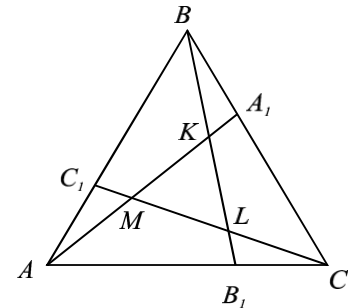
Найти x , если $2^x = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\dots\sqrt{2}}}}$

(в правой части уравнения квадратный корень извлечен 2021 раз).

Задача 4

5 баллов

На сторонах AB, BC и AC правильного треугольника ABC взяты точки C_1, A_1 и B_1 соответственно так, что $AC_1 : C_1B = BA_1 : A_1C = CB_1 : B_1A = 1 : 2$. Отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точках K, L и M (смотри рисунок). Найти отношение площади треугольника KLM к площади треугольника ABC .



Задача 5

5 баллов

Доказать, что основания перпендикуляров опущенных из произвольной точки окружности, описанной около остроугольного треугольника, на прямые, содержащие стороны этого треугольника, лежат на одной прямой.