Ազգային ուսումնական օլիմպիադա մաթեմատիկայից

2020-21 ուսումնական տարի

II փուլ X դասարան

Խնդիր 1 **5 միավոր**

Գտե՛ք k պարամետրի բոլոր իրական արժեքները, որոնց համար գոյություն ունի իրական թվերի միակ այնպիսի զույգ (x, y), որը բավարարում է $y - x = k$ հավասարմանը և $x^2 + y^2 + 3x \le 1$ անհավասարությանը:

Խնդիր 2 **5 միավոր**

Թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների միջև հանդիպում են թվեր. 1, $\frac{5}{4}$ և $\frac{8}{3}$: Անդամների ի՞նչ նվազագույն քանակից կարող է կազմվել այսպիսի պրոգրեսիան:

Խնդիր 3 **5 միավոր**

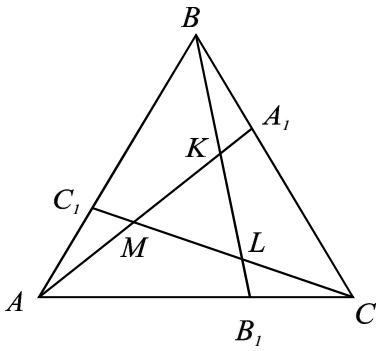
Գտե՛ք x, եթե $2^x = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...\sqrt{2}}}}$

(հավասարման աջ կողմում քառակուսի արմատը դուրս է բերվել 2021-անգամ):

Խնդիր 4 **5 միավոր**

ABC կանոնավոր եռանկյան AB, BC և AC կողմերին վերցված է համապատասխանաբար C_1, A_1 և B_1 կետերն այնպես, որ $AC_1 : C_1B = BA_1 : A_1C = CB_1 : B_1A = 1:2$.

AA_1, BB_1 և CC_1 հատվածները հատվում են K, L և M կետերում: (Դիտե՛ք նկարը). Գտե՛ք KLM եռանկյան մակերեսի հարաբերությունը ABC եռանկյան մակերեսին:



Խնդիր 5 **5 միավոր**

Ապացուցե՛ք, որ սուրանկյուն եռանկյանը արտագծած շրջանագծի ցանկացած կետից եռանկյան կողմերը պարունակող ուղիղներին իջեցված ուղղահայացների հիմքերը գտնվում են մեկ ուղղի վրա: