

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადის მათემატიკაში
2020-21 სასწავლო წელი
II ტური X კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

იპოვეთ k პარამეტრის ყველა ნამდვილი მნიშვნელობა, რომელთათვისაც არსებობს ნამდვილ რიცხვთა ერთადერთი ისეთი წყვილი (x, y) , რომელიც აკმაყოფილებს $y - x = k$ განტოლებას და $x^2 + y^2 + 3x \leq 1$ უტოლობას.

ამოცანა 2

5 ქულა

არიტმეტიკული პროგრესიის წევრებს შორის გვხვდება რიცხვები: $1, \frac{5}{4}$ და $\frac{8}{3}$. წევრების რა უმცირესი რაოდენობისგან შეიძლება შედგებოდეს ასეთი პროგრესია?

ამოცანა 3

5 ქულა

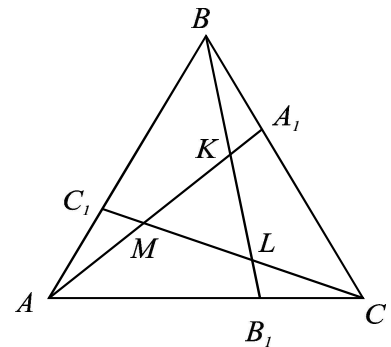
იპოვეთ x , თუ $2^x = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\dots\sqrt{2}}}}$

(განტოლების მარჯვენა მხარეში კვადრატული ფესვი 2021-ჯერ არის ამოღებული).

ამოცანა 4

5 ქულა

ABC წესიერი სამკუთხედის AB, BC და AC გვერდებზე აღებულია შესაბამისად C_1, A_1 და B_1 წერტილები ისე, რომ $AC_1 : C_1B = BA_1 : A_1C = CB_1 : B_1A = 1 : 2$. მონაკვეთები AA_1, BB_1 და CC_1 იკვეთება K, L და M წერტილებში. (იხილე სურათი). იპოვეთ KLM სამკუთხედის ფართობის შეფარდება ABC სამკუთხედის ფართობთან.



ამოცანა 5

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ მახვილკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ნებისმიერი წერტილიდან სამკუთხედის გვერდების შემცველ წრფეებზე დაშვებული მართობების ფუძეები ერთ წრფეზე მდებარეობს.