

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

2020-21 УЧЕБНЫЙ ГОД

II ТУР XI-XII КЛАСС

Задача 1

5 баллов

Найдите множество решений неравенства $\frac{1-2\sqrt{1-x^2}}{x} \leq 1$.

Задача 2

5 баллов

Дана арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2021}$, первый член которой равен 1, а разность - положительное целое число. Найдите наибольшее возможное целое положительное значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2020}} + \sqrt{a_{2021}}}.$$

Задача 3

5 баллов

В трапеции $ABCD$ длина боковой стороны BC равна сумме длин оснований AB и CD . Найдите расстояние от точки D до точки пересечения биссектрис углов ABC и BCD , если $AD = 10$ см.

Задача 4

5 баллов

Дан остроугольный треугольник ABC ($AB < AC$). На лучах AB и AC взяты точки D и E так что $AD = AC$ и $AE = AB$. Через точки D и E проведены прямые, перпендикулярные отрезкам AD и AE соответственно, и пересекающиеся в точке F . Докажите, что прямая AF перпендикулярна прямой BC .

Задача 5

5 баллов

Найдите все такие простые числа p , чтобы число $p-1$ имело ровно 10 положительных делителей, а число $p+1$ имело ровно 6 положительных делителей.