

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადის მათემატიკაში  
2020-21 სასწავლო წელი  
II ტური XI-XII კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

იპოვეთ  $\frac{1-2\sqrt{1-x^2}}{x} \leq 1$  უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

ამოცანა 2

5 ქულა

მოცემულია  $a_1, a_2, \dots, a_{2021}$  არითმეტიკული პროგრესია, რომლის პირველი წევრი არის 1 და სხვაობა არის მთელი დადებითი რიცხვი. იპოვეთ

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2020}} + \sqrt{a_{2021}}}$$

გამოსახულების შესაძლო უდიდესი მთელი მნიშვნელობა.

ამოცანა 3

5 ქულა

$ABCD$  ტრაპეციის  $BC$  ფერდის სიგრძე  $AB$  და  $CD$  ფუძეების სიგრძეთა ჯამის ტოლია. იპოვეთ მანძილი  $ABC$  და  $BCD$  კუთხეების ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილიდან  $D$  წერტილამდე, თუ  $AD = 10$  სმ.

ამოცანა 4

5 ქულა

$ABC$  მახვილკუთხა სამკუთხედში  $AB < AC$ .  $AB$  და  $AC$  სხივებზე აღებულია შესაბამისად  $D$  და  $E$  წერტილები ისე, რომ  $AD = AC$  და  $AE = AB$ .  $D$  და  $E$  წერტილებზე გავლებულია შესაბამისად  $AD$  და  $AE$  მონაკვეთების მართობული წრფეები, რომლებიც იკვეთებიან  $F$  წერტილში. დაამტკიცეთ, რომ  $AF$  წრფე მართობულია  $BC$  წრფის.

ამოცანა 5

5 ქულა

იპოვეთ ყველა  $p$  მარტივი რიცხვი ისეთი, რომ  $p-1$ -ს ქონდეს ზუსტად 10 დადებითი გამყოფი, ხოლო  $p+1$ -ს ქონდეს ზუსტად 6 დადებითი გამყოფი.