

როგორ მოვემზადოთ 2021 წლის ერთიანი
ეროვნული გამოცდებისთვის

მ ა თ ე მ ა ტ ი კ ა

თბილისი

საგამოცდო კრებული წარმოადგენს „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ საკუთრებას და დაცულია საქართველოს კანონით - „საავტორო და მომიჯნავე უფლებების შესახებ“. „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ ნებართვის გარეშე დაუშვებელია ტექსტში რაიმე ცვლილების შეტანა, მისი რეპროდუქცია, თარგმნა და სხვა საშუალებებით (როგორც ბეჭდვითი, ასევე ელექტრონული ფორმით) გავრცელება, აგრეთვე იკრძალება საგამოცდო კრებულის გამოყენება კომერციული მიზნებისათვის.

სარჩევი

შესავალი -----	4
საგამოცდო პროგრამა -----	6
საგამოცდო დავალების ნიმუშები -----	16
პასუხები -----	36
მათემატიკის გამოცდაზე აბიტურიენტთა მიერ დაშვებული ტიპური შეცდომები -----	49

შესავალი

2021 წლის ეროვნული გამოცდის მათემატიკის ტესტის სტრუქტურა შეიცვალა. ახალი ტესტი შედგება 35 ამოცანისგან. აქედან პირველი 27 ამოცანიდან თითოეულს თან ახლავს 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთია სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდება 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერება სწორი პასუხის მითითებისთვის.

ამოცანებში ოცდამერვედან ოცდამეთხუთმეტეს ჩათვლით დადებითი შეფასების მისაღებად საკმარისი არ არის მხოლოდ სწორი პასუხის მითითება - აუცილებელია ამოცანის ამოხსნის სრული გზის ჩაწერაც. ტესტის ამ ნაწილის პირველი ორი ამოცანა ფასდება 2 ქულით, შემდეგი ოთხი ამოცანა - 3 ქულით, ხოლო ბოლო ორი ამოცანა - 4 ქულით. საგამოცდო ტესტის მაქსიმალური ქულა არის 51. მინიმალური კომპეტენციის გადასალახად აბიტურიენტმა უნდა მოაგროვოს არანაკლებ 11 ქულა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 20%-ზე მეტი).

ტესტის დასაწერად გამოყოფილი დრო არის 3 საათი.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება აბიტურიენტებს უკეთ მოემზადონ მათემატიკის გამოცდისთვის.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186

მინდელის ქ. 9

შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

საგამოცდო პროგრამა

საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში შეადგინა შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფმა ცენტრთან არსებულ საკონსულტაციო საბჭოსთან ერთად, რომლის შემადგენლობაში შედიოდნენ წარმომადგენლები უმაღლესი სასწავლებლებიდან და კვლევითი ინსტიტუტებიდან.

საგამოცდო პროგრამა ეფუძნება მათემატიკის ეროვნულ სასწავლო გეგმას.

საგამოცდო პროგრამის მარცხენა სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოეთხოვება აბიტურიენტს. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მარჯვენა სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რა დონეზე მოეთხოვება აბიტურიენტს შესაბამისი საკითხის ცოდნა. თუ მარჯვენა სვეტი ცარიელია, მაშინ აბიტურიენტს შესაბამისი ცნების ან თეორემის მხოლოდ ცოდნა და გამოყენება მოეთხოვება.

2021 წლის საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში

ალგებრა

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიმრავლეები. ოპერაციები სიმრავლეებზე.	სიმრავლეთა თანაკვეთა, გაერთიანება, სიმრავლის დამატება; ვენის დიაგრამები.
2	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. გამყოფი და ჯერადი.	<p>არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებზე.</p> <p>რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად.</p> <p>რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა.</p> <p>2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშნები.</p> <p>ნაშთიანი გაყოფა.</p>
3	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
4	რაციონალური რიცხვები. წილადები და ათწილადები.	რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. მთელი რიცხვებისა და ათწილადების დამრგვალება.
5	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	ნამდვილი რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები მათზე.
6	რიცხვითი ღერძი.	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
7	რიცხვითი შუალედები.	რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა.
8	რიცხვის მოდული.	რიცხვის მოდულის გეომეტრიული აზრი.
9	ნატურალური რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.	ათობით პოზიციურ სისტემაში მოცემული რიცხვების ჩაწერა ორობითში და პირიქით.
10	პროპორცია.	პროპორციის ძირითადი თვისება, პროპორციის უცნობი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით. პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
11	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით. ორი რიცხვის ფარდობის პროცენტული გამოსახვა.
12	რამდენიმე რიცხვის არითმეტიკული საშუალო.	
13	ხარისხი ნატურალური და მთელი მაჩვენებლით.	ნამრავლის, ფარდობის და ხარისხის ახარისხება. ტოლფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	ერთწევრი და მრავალწევრი.	მრავალწევრების შეკრება, გამოკლება და გამრავლება.
15	შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2, \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$ $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3,$ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$

16	მრავალწევრის დაშლა მამრავლებად.	საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა, დაჯგუფების ხერხი, მამრავლებად დაშლა შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით.
17	რაციონალური გამოსახულება.	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
18	n – ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
19	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი.	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები.
20	ალგებრული გამოსახულება.	ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლა.
21	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა. ნამრავლის, შეფარდების და ხარისხის ლოგარითმი. ლოგარითმში ფუძის შეცვლის ფორმულა.
22	მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა სიბრტყეზე და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის და სამეულის გამოსახვა შესაბამისად საკოორდინატო სიბრტყეზე და საკოორდინატო სივრცეში. ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა.
23	ფუნქცია. ფუნქციის გრაფიკი. ფუნქციათა კომპოზიცია.	ფუნქციის განსაზღვრის არე. ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ფუნქციის ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა. ფუნქციათა კომპოზიცია. პარამეტრის შემცველი ფუნქციები.
		ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით. ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისთვის.
24	კუთხის გრადუსული და რადიანული ზომა.	კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
25	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის: მნიშვნელობები $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ არგუმენტებისთვის; ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა, ლუწობა და კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის.
		დაყვანის ფორმულები.
		ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მნიშვნელობების გამოსათვლელი ფორმულები ორი არგუმენტის ჯამისა და სხვაობისათვის.
26	განტოლება, განტოლებათა სისტემა.	განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.

27	ერთუცნობიანი წრფივი განტოლებები.	წრფივი განტოლების ამოხსნა.
28	ერთუცნობიანი კვადრატული განტოლებები.	დისკრიმინანტი.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა. ვიეტის თეორემა. ვიეტის თეორემის შებრუნებული თეორემა.
29	კვადრატული სამწევრი.	კვადრატული სამწევრის ფესვები. კვადრატული სამწევრის დაშლა წრფივ მამრავლებად.
30	ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები.	ისეთი ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა, რომელშიც ერთი განტოლება წრფივია, ხოლო მეორე განტოლების ხარისხი არ აღემატება ორს.
31	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის შედგენაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის გამოყენებით.
32	რიცხვითი უტოლობები.	რიცხვითი უტოლობების თვისებები.
33	უტოლობა, უტოლობათა სისტემა.	უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ორუცნობიანი წრფივი უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნის წარმოდგენა საკოორდინატო სიბრტყეზე. ტოლფასი უტოლობები.
34	ერთუცნობიანი უტოლობები და უტოლობათა სისტემები.	ერთუცნობიანი წრფივი, კვადრატული და რაციონალური უტოლობების და უტოლობათა სისტემების ამოხსნა.
35	წრფივი, კვადრატული, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული ფუნქციები და მათი გრაფიკები.	$y = kx + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$, $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ ფუნქციების განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობისა და კლებადობის შუალედები.
36	ირაციონალური განტოლებები.	ერთუცნობიან წრფივ და კვადრატულ განტოლებებზე დაყვანადი ირაციონალური განტოლების ამოხსნა.
37	მაჩვენებლიანი განტოლებები და უტოლობები.	მაჩვენებლიანი განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა.
38	ლოგარითმული განტოლებები და უტოლობები.	ლოგარითმული (არაცვლადფუძიანი) განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა.
39	ტრიგონომეტრიული განტოლებები.	$\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ სახის განტოლებების ამოხსნა.
40	რიცხვითი მიმდევრობა.	მიმდევრობის n – ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.
41	არითმეტიკული პროგრესია.	არითმეტიკული პროგრესიის n – ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.

42	გეომეტრიული პროგრესია.	გეომეტრიული პროგრესიის n – ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა რიცხვი; ჯუფთებათა რიცხვი; წყობათა რიცხვი.

გეომეტრია

პლანიმეტრია

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა.	კუთხის ბისექტრისის თვისება.
5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი. ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამე წრფით გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები. წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი. მრავალკუთხედის პერიმეტრი.	
10	ამოზნექილი მრავალკუთხედი.	ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
11	სამკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე.	

12	სამკუთხედის კუთხეები.	სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება.
13	სამკუთხედების ტოლობა.	სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
14	სამკუთხედის უტოლობა.	
15	დამოკიდებულებანი სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის.	სამკუთხედში დიდი გვერდის (კუთხის) პირდაპირ დიდი კუთხე (გვერდი) ძვეს.
16	სამკუთხედის მედიანა.	სამკუთხედის მედიანების თვისება (სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და თითოეული მათგანი გადაკვეთის წერტილით 2:1 შეფარდებით იყოფა წვეროს მხრიდან).
17	სამკუთხედის ბისექტრისა.	სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება (სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდს მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად ყოფს).
18	სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა სამკუთხედები.	
19	ტოლფერდა სამკუთხედი.	ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები (ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია; ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე ერთმანეთს ემთხვევა).
20	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში 30° -იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტის თვისება.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებს და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
21	პითაგორას თეორემა.	
22	თალესის თეორემა.	
23	სამკუთხედის შუახაზი.	სამკუთხედის შუახაზის თვისებები.
24	სამკუთხედების მსგავსება.	სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები.
		მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება.
25	სინუსების თეორემა.	
26	კოსინუსების თეორემა.	
27	სამკუთხედების ამოხსნა.	
28	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.

		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
29	რომბი.	რომბის დიაგონალების თვისებები.
30	მართკუთხედი, კვადრატი.	მართკუთხედის დიაგონალების ტოლობა.
31	ტრაპეცია და მისი ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე. ტრაპეციის შუახაზი.	ტრაპეციის შუახაზის თვისებები.
32	ტრაპეციის კერძო სახეები: ტოლფერდა ტრაპეცია, მართკუთხა ტრაპეცია.	
33	ტოლფერდა ტრაპეცია.	ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.
34	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია;
35	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
36	წრეწირი, წრე და მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.	რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
		რიცხვი π .
		წრეწირის და მისი რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.
37	ცენტრალური და ჩახაზული კუთხეები.	ერთსა და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული და ცენტრალური კუთხეების სიდიდეებს შორის ურთიერთდამოკიდებულება.
38	წრეწირის მხები და მკვეთი.	წრეწირის მხების თვისება.
		წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული ორი მხები მონაკვეთის ტოლობა. ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები.
39	სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირები.	სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა; სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა.
		სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები: $r = \frac{2S}{a+b+c}, \quad R = \frac{abc}{4S}, \quad R = \frac{a}{2 \sin A}$

40	წესიერი მრავალკუთხედები. წესიერ მრავალკუთხედებში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირები.	წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება: $r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}, \quad R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$
41	წესიერი მრავალკუთხედების ფართობი.	წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები მასში ჩახაზული, მასზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების და მრავალკუთხედის გვერდის საშუალებით.
42	წრიული სექტორისა და წრის ფართობი.	წრიული სექტორის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე.	ცენტრული სიმეტრია. სიმეტრიის ცენტრი. ფიგურის სიმეტრიულობა წერტილის მიმართ.
		ღერძული სიმეტრია. სიმეტრიის ღერძი. ფიგურის სიმეტრიულობა ღერძის მიმართ.
		პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წერტილის გარშემო.

სტერეომეტრია

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	
2	წრფეთა ურთიერთგანლაგება სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი.
3	წერტილის, წრფის, მონაკვეთის ორთოგონალური დაგეგმილება სიბრტყეზე.	
4	წრფისა და სიბრტყის მართობულობა.	წრფისა და სიბრტყის ურთიერთმართობულობის ნიშანი.
5	წრფისა და სიბრტყის პარალელობა.	წრფის და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
6	სიბრტყეთა პარალელობა.	ორი სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
7	კუთხე სიბრტყეებს შორის.	
8	სიბრტყეთა მართობულობა.	ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
9	მონაკვეთი, მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.	სამი მართობის თეორემა.
10	კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის.	
11	ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა.	

12	მრავალწახნაგა და მისი ელემენტები (წვერო, წიბო, წახნაგი).	
13	პრიზმა და მისი ელემენტები (ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი).	
14	პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი). მართი პრიზმის დიაგონალური კვეთა.	
15	პირამიდა და მისი ელემენტები (წვერო, გვერდითი წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე).	
16	წესიერი პირამიდა. აპოთემა.	
17	ცილინდრი და მისი ელემენტები (რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე, ცილინდრის ღერძი). ცილინდრის ღერძული კვეთა.	
18	კონუსი და მისი ელემენტები (წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე). კონუსის ღერძული კვეთა.	
19	ბირთვი, სფერო და მათი ელემენტები (ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი).	
20	ბირთვის მხები სიბრტყე. ბირთვის კვეთა სიბრტყით.	
21	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი ნაწილების მოცულობათა ჯამის ტოლია;
		კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.
		სფეროს ზედაპირის ფართობისა და ბირთვის მოცულობის გამოთვლა.
22	კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის შლილები.	ამ ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.
23	ვექტორები სიბრტყეზე და სივრცეში.	ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება. ვექტორთა

	სკალარული ნამრავლი. კუთხე ორ ვექტორს შორის. ვექტორის სიგრძე.
	ვექტორებისა და მათზე მოქმედებების გამოსახვა კოორდინატებში.

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	მონაცემების თვალსა-ჩინოდ წარმოდგენის ხერხები.	წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი და წრიული დიაგრამები. მასშტაბი. სკალა.
2	მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები.	სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე, საშუალო, მედიანა, მოდა, გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა.
3	ალბათობის თეორიის ელემენტები.	ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები; საწინააღმდეგო ხდომილობა; დამოუკიდებელი ხდომილობები. ალბათობის კლასიკური განსაზღვრება. ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა.
		ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; დამოუკიდებელ ხდომილობათა ნამრავლის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
		გეომეტრიული ალბათობა (მონაკვეთზე და ბრტყელ ფიგურაზე).

ზომის ერთეულები

1	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიგრძის ერთეულები.	მილიმეტრი (მმ), სანტიმეტრი (სმ), დეციმეტრი (დმ), მეტრი (მ), კილომეტრი (კმ).
		კავშირი სიგრძის ერთეულებს შორის.
2	ფართობის ერთეულები.	კვადრატული მილიმეტრი (მმ ²), კვადრატული სანტიმეტრი (სმ ²), კვადრატული დეციმეტრი (დმ ²), კვადრატული მეტრი (მ ²), ჰექტარი (ჰა), კვადრატული კილომეტრი (კმ ²).
		კავშირი ფართობის ერთეულებს შორის.
3	მოცულობის ერთეულები.	კუბური მილიმეტრი (მმ ³), კუბური სანტიმეტრი (სმ ³), კუბური დეციმეტრი (დმ ³), ლიტრი (ლ),

		კუბური მეტრი (მ ³).
		კავშირი მოცულობის ერთეულებს შორის.
4	მასის ერთეულები.	გრამი (გ), კილოგრამი (კგ), ცენტნერი (ც), ტონა (ტ).
		კავშირი მასის ერთეულებს შორის.
5	დროის ერთეულები.	წამი (წმ), წუთი (წთ), საათი (სთ).
		კავშირი დროის ერთეულებს შორის.
6	სიჩქარის ერთეულები.	მეტრი წამში (მ/წმ), მეტრი წუთში (მ/წთ), კილომეტრი საათში (კმ/სთ).
		კავშირი სიჩქარის ერთეულებს შორის.

2020 წლის ერთიანი ეროვნული გამოცდის ტესტები
ვარიანტი 1

(1) 1.

$$2\frac{3}{8} - 0,6 =$$

- ა) 0,31 ბ) 0,32 გ) $\frac{7}{4}$ დ) $\frac{71}{40}$

(1) 2.

იპოვეთ 34 -ის და 51-ის უმცირესი საერთო ჯერადი.

- ა) 17 ბ) 85 გ) 102 დ) 1734

(1) 3.

გიას ხელფასი 20%-ის ტოლი საშემოსავლო გადასახადის დაქვითვის შემდეგ შეადგენს 1500 ლარს. რისი ტოლია გიას ხელფასი დაქვითვამდე?

- ა) 1700 ლარი ბ) 1800 ლარი გ) 1875 ლარი დ) 1900 ლარი

(1) 4.

სამკუთხედის გვერდისა და მისი პარალელური შუახაზის სიგრძეთა ჯამი 15 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ამ შუახაზის სიგრძე.

- ა) 3 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) 7 სმ

(1) 5.

პარალელოგრამის ორი კუთხის ჯამი 150° -ის ტოლია. რას უდრის პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხე?

ა) 105°

ბ) 110°

გ) 115°

დ) 120°

(1) 6.

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} =$$

ა) $a - b$

ბ) $a + b$

გ) $(a - b)^2$

დ) $(a + b)^2$

(1) 7.

ორ ქალაქს შორის მანძილი 120 კილომეტრია. რა მანძილია ამ ქალაქებს შორის რუკაზე, რომლის მასშტაბია $1 : 500\,000$?

ა) 24 სმ

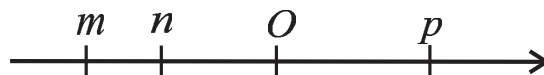
ბ) 2,4 სმ

გ) $41\frac{2}{3}$ სმ

დ) $4\frac{1}{6}$ სმ

(1) 8.

O სათავის მქონე რიცხვით ღერძზე მონიშნულია m , n და p რიცხვების შესაბამისი წერტილები (იხ. სურათი).



ქვემოთ მოცემული უტოლობებიდან რომელია მცდარი?

ა) $(n - m) \cdot p > 0$

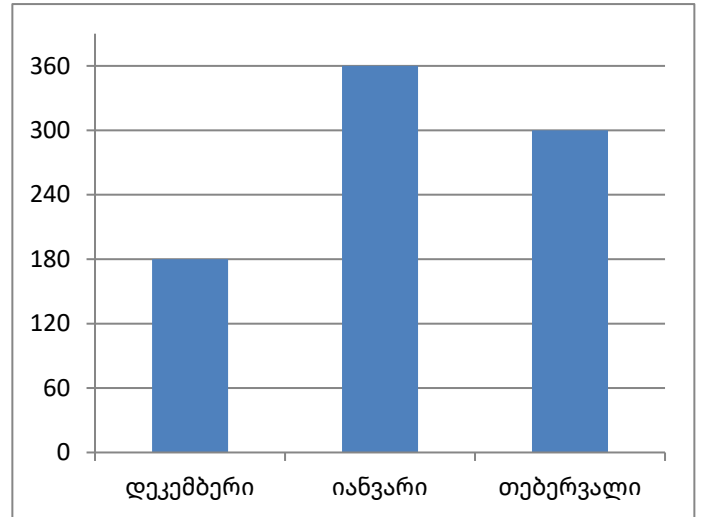
ბ) $m \cdot n > 0$

გ) $\frac{1}{m} > \frac{1}{n}$

დ) $p - m < p$

(1) 9.

ოჯახის მიერ დეკემბერში, იანვარსა და თებერვალში მოხმარებული ბუნებრივი აირი (კუბურ მეტრებში) წარმოდგენილია სვეტოვანი დიაგრამის სახით (იხ. სურათი). იგივე მონაცემები რომ წარმოადგინოთ წრიული დიაგრამის სახით, რამდენი გრადუსის ტოლი ცენტრალური კუთხე ექნება დეკემბრის თვის შესაბამის წრიულ სექტორს?



ა) 72°

ბ) $\left(\frac{540}{7}\right)^\circ$

გ) $\left(\frac{720}{7}\right)^\circ$

დ) 144°

(1) 10.

ამოხსენით უტოლობა $x^2 - 16 > (x - 3)^2$.

ა) $\left(\frac{25}{6}; \infty\right)$

ბ) $\left(-\infty; \frac{25}{6}\right)$

გ) $(3; 16)$

დ) ამონახსნი არ აქვს

(1) 11.

იპოვეთ 11; -2; 35; -2; 11; 3 რიცხვითი მონაცემების მედიანა.

ა) 17,5

ბ) 16,5

გ) 7

დ) 14

(1) 12.

დაალაგეთ ზრდის მიხედვით რიცხვები: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{6}$.

ა) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{6}$

ბ) $\sqrt[6]{6}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$

გ) $\sqrt[6]{6}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$

დ) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{6}$, $\sqrt{2}$

(1) 13.

პრიზმას აქვს 36 წიბო. რამდენი გვერდი აქვს პრიზმის ფუძეს?

ა) 10

ბ) 12

გ) 16

დ) 18

(1) 14.

კლასი შედგება 10 ვაჟისაგან და 15 გოგონასაგან. 4 მოსწავლის შერჩევის რამდენი ისეთი სხვადასხვა ვარიანტი არსებობს, რომ თითოეულ ვარიანტში 3 ვაჟი და 1 გოგონა იყოს?

ა) $10 \cdot 13 \cdot 14$

ბ) $3 \cdot 10 \cdot 15$

გ) $4 \cdot 10 \cdot 15$

დ) $10 \cdot 12 \cdot 15$

(1) 15.

ABC სამკუთხედი მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყის მეორე მეოთხედში მდებარეობს. $A_1B_1C_1$ სამკუთხედი წარმოადგენს ABC სამკუთხედის სიმეტრიულ ფიგურას კოორდინატთა სათავის მიმართ. რომელ მეოთხედში მდებარეობს $A_1B_1C_1$ სამკუთხედის სიმეტრიული ფიგურა კოორდინატთა ღერძის მიმართ?

ა) პირველ მეოთხედში;

ბ) მეორე მეოთხედში;

გ) მესამე მეოთხედში;

დ) მეოთხე მეოთხედში.

(1) 16.

10 სმ სიგრძის AB მონაკვეთზე აღებულია ორი წერტილი C და D ისე, რომ $AC = 4$ სმ და $DB = 7$ სმ. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ AB მონაკვეთიდან შემთხვევით არჩეული წერტილი ეკუთვნის CD მონაკვეთს.

ა) 0,1

ბ) 0,3

გ) 0,5

დ) 0,6

(1) 17.

$f(x) = 3^x$ ფუნქციის მნიშვნელობა x_1 წერტილში 27-ჯერ მეტია ფუნქციის მნიშვნელობაზე x_2 წერტილში. რას უდრის $x_2 - x_1$?

ა) -9

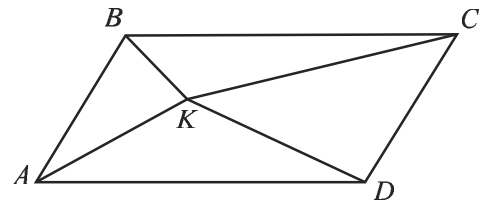
ბ) -3

გ) 3

დ) 9

(1) 18.

$ABCD$ პარალელოგრამის შიგნით მდებარე K წერტილი შეერთებულია პარალელოგრამის წვეროებთან (იხ. სურათი). იპოვეთ ABK სამკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ $ABCD$ პარალელოგრამის ფართობი არის 20 სმ², ხოლო CKD სამკუთხედის ფართობია $2\sqrt{7}$ სმ².



ა) $10 - 2\sqrt{7}$ სმ²

ბ) $10 - \sqrt{7}$ სმ²

გ) $\sqrt{13}$ სმ²

დ) $3 + \sqrt{7}$ სმ²

(1) 19.

მოცემულია $\vec{a}(x; -2)$ და $\vec{b}(1; -1)$ ურთიერთმართობული ვექტორები. იპოვეთ \vec{a} ვექტორის სიგრძე.

ა) $2\sqrt{2}$

ბ) 3

გ) $3\sqrt{2}$

დ) $2\sqrt{7}$

(1) 20.

კონუსის ფუძის რადიუსის სიგრძე 7 სმ-ია. მისი მსახველი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30° -ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ კონუსის ღერძული კვეთის ფართობი.

ა) $\frac{49}{3}$ სმ²

ბ) $\frac{49\sqrt{3}}{2}$ სმ²

გ) $\frac{49}{\sqrt{3}}$ სმ²

დ) $49\sqrt{3}$ სმ²

(1) 21.

წრის სექტორის რკალის სიგრძე 7 სმ-ია, ხოლო ამ სექტორის ფართობი 7 სმ²-ია. იპოვეთ წრის რადიუსი.

ა) $2\sqrt{2}$ სმ

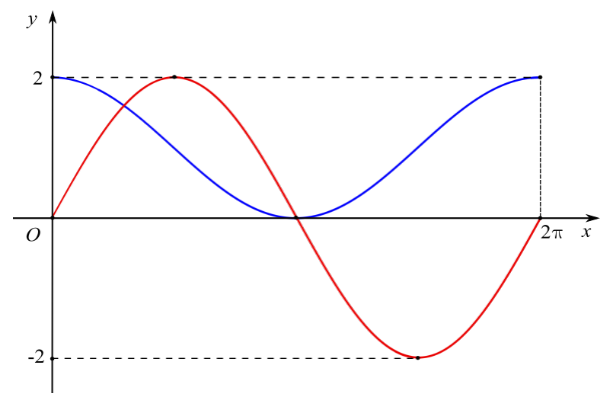
ბ) $\frac{7}{2}$ სმ

გ) $\frac{7}{\pi}$ სმ

დ) 2 სმ

(1) 22.

სურათზე გამოსახულია $[0; 2\pi]$ შუალედზე განსაზღვრული $f(x) = a \sin x$ და $g(x) = b + \cos x$ ფუნქციების გრაფიკები, სადაც a და b ნამდვილი რიცხვებია. სურათის მიხედვით იპოვეთ $a + b$ გამოსახულების მნიშვნელობა.



ა) 4

ბ) 3

გ) 2

დ) 1

(1) 23.

Oxy საკოორდინატო სიბრტყეზე ჰომოთეტიას ცენტრით M წერტილში და $\frac{4}{3}$ -ის ტოლი კოეფიციენტით, $A(5; -3)$ წერტილი გადაყავს $B(-2; 4)$ წერტილში. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

- ა) $(20; -21)$ ბ) $(26; -24)$ გ) $(15; -20)$ დ) $(18; -24)$

(1) 24.

f ფუნქციის განსაზღვრის არეა $[-3; 1]$ შუალედი, რომელზეც ის მოცემულია $f(x) = \log_2(x^2 + 4x + 12)$ ტოლობით. იპოვეთ ამ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა.

- ა) $\log_2 9$ ბ) 4 გ) 3 დ) $\log_2 17$

(1) 25.

ABC მახვილკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზულია წრეწირი, რომლის ცენტრია O წერტილი, ხოლო რადიუსი R -ის ტოლია. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ $\angle OAB = \alpha$ და $\angle OCB = \beta$.

- ა) $2R \cos(\alpha + \beta)$
ბ) $R \sin(\alpha + \beta)$
გ) $2R \sin \alpha \cdot \sin \beta$
დ) $2R \sin(\alpha + \beta)$

(1) 26.

იპოვეთ $\lg \frac{3-x}{x-5} \leq \lg(3-x) - \lg(x-5)$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

- ა) $(-\infty; +\infty)$ ბ) $(3; 5)$ გ) $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ დ) \emptyset

(1) 27.

a_1, a_2, \dots, a_{50} გეომეტრიულ პროგრესიაში პირველი წევრი 2-ის, ხოლო მნიშვნელი $\frac{1}{3}$ -ის ტოლია. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელ ინტერვალს ეკუთვნის ამ პროგრესიის ყველა წევრის ჯამი?

- ა) $(2; 3)$ ბ) $[3; 4)$ გ) $[4; 5)$ დ) $[5; \infty)$

(1) 28.

იპოვეთ $\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) = \frac{1}{2}$ განტოლების $[0; 15]$ შუალედში მოთავსებული ამონახსნების ჯამი.

- ა) 6 ბ) 16 გ) 19 დ) 20

(1) 29.

გარკვეული ნივთიერების მასის ცვლილება რადიოაქტიური დაშლის დროს აღიწერება ფორმულით $m(t) = m_0 2^{-0,5t}$, სადაც m_0 საწყისი მასაა, ხოლო $m(t)$ არის t საათის გასვლის შემდეგ დარჩენილი ნივთიერების მასა. რამდენ საათში შეიცვლება ნივთიერების მასა m_0 -დან $\frac{m_0}{3}$ -მდე?

- ა) $0,5 \log_3 2$ ბ) $0,5 \log_2 3$ გ) $\log_3 4$ დ) $2 \log_2 3$

(1) 30.

მართ სამკუთხა პრიზმაში ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ამ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი 9 სმ^2 -ია.

- ა) $\frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ სმ}^3$ ბ) $\frac{27}{4} \text{ სმ}^3$ გ) $\frac{9}{4} \text{ სმ}^3$ დ) $\frac{3}{4} \text{ სმ}^3$

(2) 31.

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$$

(2) 32.

ღვინის მწარმოებელი ფირმა ღვინოს ყიდის პარტიებად შემდეგი წესით: x ბოთლისგან შედგენილი პარტიის ყიდვის შემთხვევაში, სადაც $x \leq 4900$, თითოეული ბოთლი ღვინის ფასი იქნება $500 - 0,1x$ ლარი. სულ მცირე, რამდენი ბოთლი ღვინო იყიდა მყიდველმა, თუ მან თითოეულ ბოთლ ღვინოში 15 ლარზე ნაკლები გადაიხადა?

(2) 33.

იპოვეთ ABC მართკუთხა სამკუთხედის უმცირესი კუთხის ტანგენსი, თუ $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{5}$ და $BC = 4$.

(2) 34.

იპოვეთ x -ის ყველა შესაძლო მნიშვნელობა, თუ 1; -3; 10; x ; 5; 4 რიცხვითი მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი 17-ის ტოლია.

(3) 35.

მოცემულია (a_n) არითმეტიკული პროგრესია, რომლის სხვაობა განსხვავებულია ნულისაგან. იპოვეთ ისეთი k და m ნომრები, რომ $k + m = 13$ და $2a_k + a_3 = a_m + 2a_7$.

(3) 36.

$f(x) = a \cdot 3^{bx}$ ფუნქციის გრაფიკი გადის $(1; 9)$ და $(2; 16)$ წერტილებზე. იპოვეთ a და b პარამეტრების მნიშვნელობები.

(3) 37.

სამკუთხა პირამიდის ფუძე წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის კათეტები ტოლია 3 სმ-ის და $\sqrt{3}$ სმ-ის. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბოების მიერ ფუძის სიბრტყესთან შედგენილი კუთხეები, თუ ცნობილია, რომ ამ პირამიდის ყველა გვერდითი წიბოს სიგრძე 2 სმ-ის ტოლია.

(4) 38.

ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია F წერტილი ისე, რომ მანძილი F წერტილიდან AB და BC წრფეებამდე შესაბამისად 1 სმ-ის და 5 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ AF მონაკვეთის სიგრძე, თუ ABC სამკუთხედის ფართობი $12\sqrt{3}$ სმ²-ის ტოლია, ხოლო $FC > 6$ სმ-ზე.

(4) 39.

A და B პუნქტების დამაკავშირებელი გზის სიგრძე 240 კილომეტრია. A პუნქტიდან B პუნქტის მიმართულებით მუდმივი სიჩქარით გაემართა ავტობუსი. 1 საათის შემდეგ B პუნქტიდან A პუნქტის მიმართულებით მუდმივი სიჩქარით გაემართა მსუბუქი ავტომობილი. ავტობუსი და მსუბუქი ავტომობილი ერთმანეთს A და B პუნქტების შუამდებელი გზის შუაში შეხვდნენ. ამის შემდეგ, მათ შეუჩერებლად იმავე სიჩქარეებით გააგრძელეს გზა და როდესაც მათ შორის მანძილი 180 კმ გახდა, ავტობუსის გამოსვლიდან ზუსტად 3 საათი იყო გასული. იპოვეთ მსუბუქი ავტომობილის სიჩქარე.

(4) 40.

სიბრტყეზე განვიხილოთ ყველა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომელთა მახვილი კუთხეა α და ფართობია 10 სმ². ამ ტრაპეციების პერიმეტრებს შორის იპოვეთ უმცირესი, თუ $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

ვარიანტი 2

(1) 1.

$$1\frac{3}{8} - 0,3 =$$

ა) $1\frac{3}{40}$

ბ) 1,01

გ) 1,1

დ) $1\frac{1}{4}$

(1) 2.

იპოვეთ 72 -ის და 48 -ის უდიდესი საერთო გამყოფი.

ა) 36

ბ) 24

გ) 16

დ) 12

(1) 3.

თამარის საბანკო ანაზრის გახსნიდან ერთი წლის შემდეგ საწყისი თანხა გაიზარდა 12%-ით და ანაზარზე თანხა გახდა 4200 ლარი. რა საწყისი თანხით გაუხსნია ანაზარი თამარს?

ა) 3700 ლარი

ბ) 3696 ლარი

გ) 3750 ლარი

დ) 3850 ლარი

(1) 4.

ტოლგვერდა სამკუთხედის პერიმეტრი ტოლია 27 სმ-ის. იპოვეთ სამკუთხედის შუახაზის სიგრძე.

ა) 4,5 სმ

ბ) 9 სმ

გ) 12 სმ

დ) 14 სმ

(1) 5.

პარალელოგრამის ორი კუთხის ჯამი 200° -ის ტოლია. რას უდრის პარალელოგრამის მახვილი კუთხე?

ა) 50°

ბ) 60°

გ) 70°

დ) 80°

(1) 6.

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} =$$

ა) $a + b$

ბ) $a - b$

გ) $(a - b)^2$

დ) $(a + b)^2$

(1) 7.

იპოვეთ მანძილი ორ ქალაქს შორის, თუ რუკაზე ამ ქალაქებს შორის მანძილი ტოლია 5 სმ-ის, ხოლო რუკის მასშტაბია 1 : 3 000 000.

ა) 15 კმ

ბ) 60 კმ

გ) 150 კმ

დ) 600 კმ

(1) 8.

O სათავის მქონე რიცხვით ღერძზე მონიშნულია m , n და p რიცხვების შესაბამისი წერტილები (იხ. სურათი).

ქვემოთ მოცემული უტოლობებიდან რომელია ჭეშმარიტი?



ა) $p - n < p$

ბ) $m \cdot n < 0$

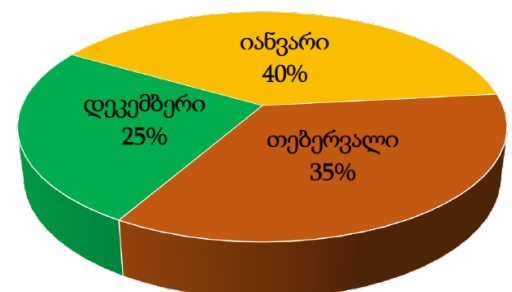
გ) $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$

დ) $(n - m) \cdot p > 0$

(1) 9.

სურათზე წრიული დიაგრამის სახით წარმოდგენილია ზამთრის სამ თვეში ჯამურად მოხმარებული ელექტროენერგიის პროცენტული განაწილება თვეების მიხედვით. რამდენი გრადუსის ტოლია თებერვლისთვის შესაბამისი წრიული სექტორის ცენტრალური კუთხე?

ელექტროენერგიის მოხმარება



ა) 105°

ბ) 120°

გ) 126°

დ) 144°

(1) 10.

ამოხსენით უტოლობა $x^2 - 9 > (x - 4)^2$.

- ა) $\left(-\infty; \frac{25}{8}\right)$ ბ) $\left(\frac{25}{8}; +\infty\right)$ გ) $(4; 9)$ დ) ამონახსნი არ აქვს

(1) 11.

იპოვეთ 11; -5; 24; -5; 11; 7 რიცხვითი მონაცემების მედიანა.

- ა) 9 ბ) 16 გ) 9,5 დ) 14,5

(1) 12.

დაალაგეთ კლების მიხედვით რიცხვები: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{17}$.

- ა) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{17}$
ბ) $\sqrt[6]{17}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt{2}$
გ) $\sqrt[6]{17}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$
დ) $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{17}$, $\sqrt{2}$

(1) 13.

პირამიდას აქვს 42 წიბო. რამდენი გვერდი აქვს პირამიდის ფუძეს?

- ა) 14 ბ) 16 გ) 18 დ) 21

(1) 14.

კლასი შედგება 12 ვაჟისაგან და 14 გოგონასაგან. 3 მოსწავლის შერჩევის რამდენი სხვადასხვა ისეთი ვარიანტი არსებობს, რომ თითოეულ ვარიანტში 2 გოგონა და 1 ვაჟი იყოს?

ა) $4 \cdot 14$

ბ) $7 \cdot 12 \cdot 13$

გ) $13 \cdot 14$

დ) $12 \cdot 13 \cdot 14$

(1) 15.

ABC სამკუთხედი მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყის მეორე მეოთხედში მდებარეობს. $A_1B_1C_1$ სამკუთხედი წარმოადგენს ABC სამკუთხედის სიმეტრიულ ფიგურას აბსცისათა ღერძის მიმართ. რომელ მეოთხედში მდებარეობს $A_1B_1C_1$ სამკუთხედის სიმეტრიული ფიგურა კოორდინატთა სათავის მიმართ?

ა) პირველ მეოთხედში;

ბ) მეორე მეოთხედში;

გ) მესამე მეოთხედში;

დ) მეოთხე მეოთხედში.

(1) 16.

AB მონაკვეთზე აღებულია ორი წერტილი C და D ისე, რომ $AC = 5$ სმ და $AD = 7$ სმ. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ ალბათობა იმისა, რომ AB მონაკვეთზე შემთხვევით აღებული წერტილი ეკუთვნის CD მონაკვეთს, 0,1-ის ტოლია.

ა) 10 სმ

ბ) 12 სმ

გ) 16 სმ

დ) 20 სმ

(1) 17.

თუ $f(x) = \log_3 x$, მაშინ $f\left(\frac{x}{81}\right) - f(x) =$

ა) $\frac{1}{81}$

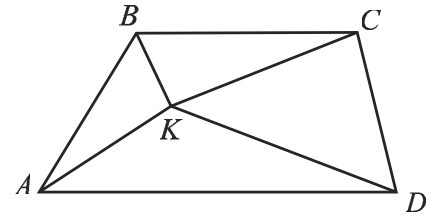
ბ) 9

გ) -4

დ) 27

(1) 18.

$ABCD$ ტრაპეციის შუახაზზე მდებარე K წერტილი შეერთებულია ტრაპეციის წვეროებთან (იხ. სურათი). იპოვეთ CKD სამკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ $ABCD$ ტრაპეციის ფართობი ტოლია 18 სმ^2 -ის, ხოლო ABK სამკუთხედის ფართობია $2\sqrt{3} \text{ სმ}^2$.



ა) $\frac{9 - \sqrt{3}}{2} \text{ სმ}^2$

ბ) $9 - 2\sqrt{3} \text{ სმ}^2$

გ) $3\sqrt{3} \text{ სმ}^2$

დ) $9 - \sqrt{3} \text{ სმ}^2$

(1) 19.

$\vec{a}(x; -8)$ და $\vec{b}(2; 4)$ ვექტორებს შორის კუთხე 180° -ის ტოლია. იპოვეთ \vec{a} ვექტორის სიგრძე.

ა) $4\sqrt{3}$

ბ) $4\sqrt{5}$

გ) $5\sqrt{5}$

დ) $2\sqrt{5}$

(1) 20.

ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია 25 სმ^2 , ამ კვეთის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60° -ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ფუძის რადიუსის სიგრძე.

ა) $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ სმ}$

ბ) $5\sqrt{3} \text{ სმ}$

გ) $\frac{5}{2\sqrt{3}} \text{ სმ}$

დ) $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ სმ}$

(1) 21.

წრიული სექტორის ფართობი 5 სმ^2 -ია, ხოლო ცენტრალური კუთხე 2 რადიანის ტოლია. იპოვეთ ამ სექტორის რკალის სიგრძე.

ა) $\frac{5}{2} \pi \text{ სმ}$

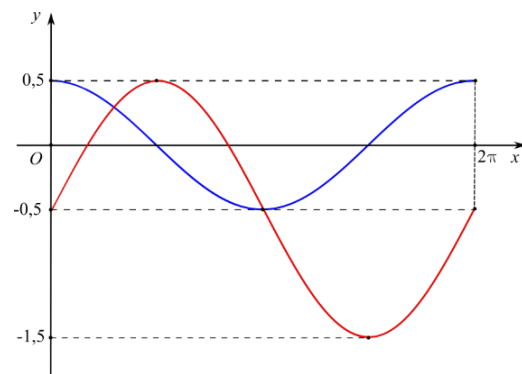
ბ) $2\sqrt{5} \text{ სმ}$

გ) 3 სმ

დ) 10 სმ

(1) 22.

სურათზე გამოსახულია $[0; 2\pi]$ სეგმენტზე განსაზღვრული $f(x) = a \cos x$ და $g(x) = b + \sin x$ ფუნქციების გრაფიკები, სადაც a და b ნამდვილი რიცხვებია. სურათის მიხედვით იპოვეთ $a - b$ გამოსახულების მნიშვნელობა.



- ა) -1 ბ) $1,5$ გ) 1 დ) 0

(1) 23.

Oxy საკოორდინატო სისტემაში ჰომოთეტიას ცენტრით $M(-3; 5)$ წერტილში და $\frac{2}{7}$ -ის ტოლი კოეფიციენტით, A წერტილი გადაყავს $B(-4; 10)$ წერტილში. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები.

- ა) $\left(-\frac{13}{2}; \frac{45}{2}\right)$ ბ) $\left(-\frac{11}{2}; \frac{45}{2}\right)$ გ) $(-7; 22)$ დ) $(-6; 21)$

(1) 24.

f ფუნქციის განსაზღვრის არეა $[0; 2]$ შუალედი, რომელზეც ის მოცემულია $f(x) = 2^{x-x^2}$ ტოლობით. იპოვეთ ამ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა.

- ა) $\sqrt{2}$ ბ) $\frac{1}{4}$ გ) 1 დ) $\sqrt[4]{2}$

(1) 25.

ABC მახვილკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზულია წრეწირი, რომლის ცენტრია O წერტილი, ხოლო რადიუსი R -ის ტოლია. იპოვეთ AC გვერდის სიგრძე, თუ $\angle OAB = \alpha$ და $\angle OCB = \beta$.

- ა) $2R \cos(\alpha + \beta)$
- ბ) $R \sin(\alpha + \beta)$
- გ) $2R \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- დ) $2R \sin(\alpha + \beta)$

(1) 26.

იპოვეთ $\lg(5x - x^2 - 4) \geq \lg(1 - x) + \lg(x - 4)$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

- ა) $(-\infty; +\infty)$
- ბ) $(-1; 4)$
- გ) \emptyset
- დ) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

(1) 27.

a_1, a_2, \dots, a_{60} გეომეტრიულ პროგრესიაში პირველი წევრი 3-ის, ხოლო მნიშვნელი $\frac{1}{4}$ -ის ტოლია. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელ ინტერვალს ეკუთვნის ამ პროგრესიის ყველა წევრის ჯამი?

- ა) $(3; 4)$
- ბ) $[4; 5)$
- გ) $[5; 6)$
- დ) $[6; \infty)$

(1) 28.

იპოვეთ $\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \frac{1}{2}$ განტოლების $[0; 9]$ შუალედში მოთავსებული ამონახსნების ჯამი.

- ა) 6
- ბ) 13
- გ) 15
- დ) 18

(1) 29.

ბაქტერიების კოლონიის მასის ზრდა აღიწერება ფორმულით $N(t) = N_0 3^{0.1t}$, სადაც N_0 ბაქტერიების კოლონიის საწყისი მასაა, ხოლო $N(t)$ - კოლონიის მასა t საათის გასვლის შემდეგ. რამდენ საათში შეიცვლება კოლონიის მასა N_0 - დან $100N_0$ -მდე?

ა) $20 \log_3 10$

ბ) $10 \lg 3$

გ) $5 \log_3 20$

დ) $3 \lg 20$

(1) 30.

წესიერ ექვსკუთხა პრიზმაში ყველა წიბო ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ ამ პრიზმის წიბოს სიგრძე, თუ მისი მოცულობა $12\sqrt{3}$ სმ³-ია.

ა) 3 სმ

ბ) $2\sqrt{3}$ სმ

გ) 2 სმ

დ) $\sqrt{6}$ სმ

(2) 31.

ამოხსენით უტოლობათა სისტემა

$$\begin{cases} 2(x-1) + 3 \leq 8 \\ 5x - 4 \geq 13 \end{cases}$$

(2) 32.

ატელიეს n ცალი პერანგის შეკერვა უჯდება $13000 + 30n$ ლარი. ატელიე ერთ პერანგს ყიდის 60 ლარად. რა უმცირესი რაოდენობის პერანგი უნდა გაყიდოს ატელიემ, რომ მთლიანად დაფაროს ხარჯი და მოგების სახით დარჩეს არანაკლებ 6000 ლარი? ჩათვალიეთ, რომ ატელიეს მითითებულის გარდა სხვა სახის დანახარჯი არ აქვს.

(2) 33.

იპოვეთ ABC მართკუთხა სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სინუსი, თუ $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$ და $BC = 3$.

(2) 34.

იპოვეთ x -ის ყველა შესაძლო მნიშვნელობა, თუ $1; -7; 13; x; 9; 4$ რიცხვითი მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი 23-ის ტოლია.

(3) 35.

მოცემულია (b_n) გეომეტრიული პროგრესია, რომლის პირველი წევრი განსხვავებულია ნულისგან, მნიშვნელის მოდული კი განსხვავებულია 1-საგან. იპოვეთ k და m , თუ $k + m = 20$ და $b_9 \cdot b_k^2 = b_5^2 \cdot b_m$.

(3) 36.

$f(x) = a \cdot \log_3(bx)$ ფუნქციის გრაფიკი გადის $(2; 0)$ და $(18; 17)$ წერტილებზე. იპოვეთ a და b პარამეტრების მნიშვნელობები.

(3) 37.

ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის სიგრძე 4 სმ-ია, ხოლო $\angle ABC = 60^\circ$. A მახვილი კუთხის წვეროდან ABC სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AM მართობი, რომლის სიგრძეა 6 სმ. იპოვეთ M წერტილიდან BC წრფისადმი გავლებული მართობის მიერ ACB სიბრტყესთან შედგენილი კუთხის ტანგენსი.

(4) 38.

$ABCD$ ტრაპეციის ფუძეებია AD და BC , მისი სიმაღლეა 12 სმ, ხოლო $AD : BC = 5 : 1$. ტრაპეციაში გავლებულია ფუძეების პარალელური წრფე, რომელიც AB და CD ფერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. ცნობილია, რომ $MN = 2BC$, ხოლო $AMND$ ოთხკუთხედის ფართობი არის 21 სმ^2 . იპოვეთ $ABCD$ ტრაპეციის ფუძეები.

(4) 39.

A და B ნაკვეთებს ტოლი ფართობები აქვს. პირველი ბრიგადა ამუშავებს A ნაკვეთს, ხოლო მეორე ბრიგადა - B ნაკვეთს. თითოეული ბრიგადა მუდმივი სიჩქარით მუშაობს. მეორე ბრიგადამ მუშაობა პირველ ბრიგადასთან შედარებით 1 საათით გვიან დაიწყო. თითოეულმა ბრიგადამ თავიანთი ნაკვეთების პირველი ოთხი ჰექტრის დამუშავება დროის ერთსა და იმავე მომენტში დაასრულა. მეორე ბრიგადამ თავისი ნაკვეთის დამუშავება მუშაობის დაწყებიდან 9 საათში დაამთავრა, ამ მომენტისთვის კი პირველ ბრიგადას კიდევ 1 ჰექტარი დარჩა დასამუშავებელი. იპოვეთ ნაკვეთების ფართობები.

(4) 40.

Oxy საკოორდინატო სისტემაში განვიხილოთ ყველა AOB მართკუთხა სამკუთხედი, რომელთა მართი კუთხის წვერო მდებარეობს საკოორდინატო სისტემის სათავეში, ხოლო A და B წვეროები მდებარეობს $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{31}}$ ფუნქციის გრაფიკზე. იპოვეთ ამ სამკუთხედების ფართობებს შორის უმცირესი.

ვარიანტი 1
პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ღ	გ	გ	ბ	ა	ა	ა	ღ	ბ	ა	გ	ბ	ბ	ღ	გ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ა	ბ	ა	ა	გ	ღ	ბ	ბ	გ	ღ	ღ	ა	გ	ღ	გ

(2) 31.

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$$

ამოხსნა

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3y+7}{2} \\ 5x - 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3y+7}{2} \\ 5 \cdot \frac{-3y+7}{2} - 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3y+7}{2} \\ -15y + 35 - 8y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3y+7}{2} \\ y = \frac{13}{23} \end{cases}$$

საბოლოოდ მივიღებთ $x = \frac{61}{23}$, $y = \frac{13}{23}$.

პასუხი: $x = \frac{61}{23}$, $y = \frac{13}{23}$.

(2) 32.

ღვინის მწარმოებელი ფირმა ღვინოს ყიდის პარტიებად შემდეგი წესით: x ბოთლისგან შედგენილი პარტიის ყიდვის შემთხვევაში, სადაც $x \leq 4900$, თითოეული ბოთლი ღვინის ფასი იქნება $500 - 0,1x$ ლარი. სულ მცირე, რამდენი ბოთლი ღვინო იყიდა მყიდველმა, თუ მან თითოეულ ბოთლ ღვინოში 15 ლარზე ნაკლები გადაიხადა?

ამოხსნა

ვთქვათ მყიდველმა იყიდა x ბოთლი ღვინო, ამასთან თითოეულ ბოთლ ღვინოში 15 ლარზე ნაკლები გადაიხადა, მაშინ

$$500 - 0,1x < 15 \Rightarrow x > 4850.$$

პასუხი: 4851.

(2) 33.

იპოვეთ ABC მართკუთხა სამკუთხედის უმცირესი კუთხის ტანგენსი, თუ $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{5}$ და $BC = 4$.

ამოხსნა

პითაგორას თეორემის საშუალებით გამოვთვალოთ AC მართკუთხა სამკუთხედის AC კათეტის სიგრძე $AC = \sqrt{20-16} = 2$. რადგან $AC < BC$ ამიტომ სამკუთხედის უმცირესი კუთხეა $\angle B$. საბოლოოდ ვიღებთ $\operatorname{tg}(\angle B) = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$.

პასუხი: $\frac{1}{2}$.

(2) 34.

იპოვეთ x -ის ყველა შესაძლო მნიშვნელობა, თუ $1; -3; 10; x; 5; 4$ რიცხვითი მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი 17-ის ტოლია.

ამოხსნა

თუ $-3 \leq x \leq 10$ მაშინ მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი $10 - (-3) = 13$ -ის ტოლია, რაც პირობას არ აკმაყოფილებს.

თუ $x < -3$ მაშინ პირობის თანახმად გვექნება $10 - x = 17 \Leftrightarrow x = -7$.

თუ $x > 10$ მაშინ პირობის თანახმად გვექნება $x + 3 = 17 \Leftrightarrow x = 14$.

პასუხი: -7 და 14 .

(3) 35.

მოცემულია (a_n) არითმეტიკული პროგრესია, რომლის სხვაობა განსხვავებულია ნულისაგან.

იპოვეთ ისეთი k და m ნომრები, რომ $k + m = 13$ და $2a_k + a_3 = a_m + 2a_7$.

ამოხსნა

გვაქვს, $2(a_1 + (k-1)d) + a_1 + 2d = a_1 + (m-1)d + 2(a_1 + 6d) \Leftrightarrow 3a_1 + 2kd = 3a_1 + (m+11)d \Leftrightarrow 2k = m+11 \Leftrightarrow 2k - m = 11$.

მიღებულ ტოლობას მივუმატოთ პირობაში მოცემული $k + m = 13$ ტოლობა. მივიღებთ $3k = 24 \Leftrightarrow k = 8$. მაშინ $m = 5$.

პასუხი: $k = 8$ და $m = 5$.

(3) 36.

$f(x) = a \cdot 3^{bx}$ ფუნქციის გრაფიკი გადის (1; 9) და (2; 16) წერტილებზე. იპოვეთ a და b პარამეტრების მნიშვნელობები.

ამოხსნა

რადგან $f(x) = a \cdot 3^{bx}$ ფუნქციის გრაფიკი გადის (1; 9) და (2; 16) წერტილებზე გვექნება:

$$\begin{cases} 9 = a \cdot 3^b \\ 16 = a \cdot 3^{2b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = a \cdot 3^b \\ 3^b = \frac{16}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{3^b} \\ b = \log_3 \frac{16}{9} \end{cases} \text{ . აქედან მივიღებთ:}$$

$$a = \frac{81}{16}, \quad b = \log_3 \frac{16}{9}.$$

$$\text{პასუხი: } a = \frac{81}{16}; \quad b = \log_3 \frac{16}{9}.$$

(3) 37.

სამკუთხა პირამიდის ფუძე წარმოადგენს მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის კათეტები ტოლია 3 სმ-ის და $\sqrt{3}$ სმ-ის. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბოების მიერ ფუძის სიბრტყესთან შედგენილი კუთხეები, თუ ცნობილია, რომ ამ პირამიდის ყველა გვერდითი წიბოს სიგრძე 2 სმ-ის ტოლია.

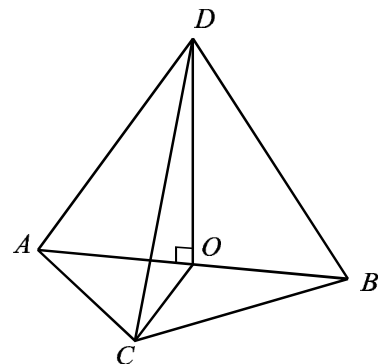
ამოხსნა

შევნიშნოთ, რომ რადგან სამივე გვერდითი წიბო ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ ისინი ფუძესთან ტოლ კუთხეებს ქმნიან.

პირამიდის ფუძე აღვნიშნოთ ABC -თი, სადაც $AC = \sqrt{3}$ სმ $BC = 3$ სმ და $\angle C = 90^\circ$. აქედან $AB = \sqrt{9+3} = 2\sqrt{3}$ სმ. პირამიდის D წვეროდან ფუძეზე დავუშვათ DO მართობი. $DA = DB = DC = 2$ სმ, ამიტომ $AO = BO = CO = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ სმ. და წიბოების მიერ ფუძის

სიბრტყესთან შედგენილი კუთხეების კოსინუსი ტოლია $\cos \angle DAO = \frac{AO}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ხოლო კუთხეები უდრის 30° .

პასუხი: პირამიდის გვერდითი წიბოების მიერ ფუძის სიბრტყესთან შედგენილი კუთხეები ტოლია 30° .



(4) 38.

ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძეზე აღებულია F წერტილი ისე, რომ მანძილი F წერტილიდან AB და BC წრფეებამდე შესაბამისად 1 სმ-ის და 5 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ AF მონაკვეთის სიგრძე, თუ ABC სამკუთხედის ფართობი $12\sqrt{3}$ სმ²-ის ტოლია, ხოლო $FC > 6$ სმ-ზე.

ამოხსნა 1

რადგან $S_{ABC} = S_{ABF} + S_{FBC} = \frac{1}{2} AB \cdot 1 + \frac{1}{2} BC \cdot 5 = 3AB = 12\sqrt{3}$ საიდანაც $AB = 4\sqrt{3}$.

მეორეს მხრივ $S = \frac{1}{2} AB^2 \sin(\angle B) = 8 \cdot 3 \sin(\angle B) = 12\sqrt{3}$ საიდანაც მივიღებთ $\sin(\angle B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ანუ

$B = 60^\circ$ ან $B = 120^\circ$. შესაბამისად, $AF = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ და $FC = \frac{5}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}}$ ან $AF = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$

და $FC = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 10$.

პასუხი: 2 სმ

ამოხსნა 2

ამოცანის პირობიდან და $\triangle AMF$ და $\triangle FNC$ სამკუთხედების მსგავსებიდან მივიღებთ, რომ

$AF = x$, $FC = 5x$, და $AE = 3x$, $BE = \frac{12\sqrt{3}}{3x} = \frac{4\sqrt{3}}{x}$.

რადგან $\frac{BE}{AB} = \frac{MF}{AF}$ ამიტომ $AB = 4\sqrt{3}$.

$\triangle ABE$ -ში პითაგორას თეორემის თანახმად

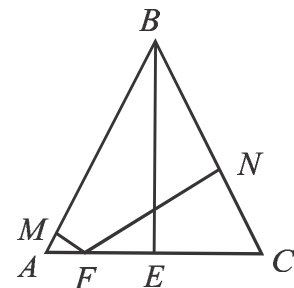
$$(3x)^2 + \left(\frac{4\sqrt{3}}{x}\right)^2 = (4\sqrt{3})^2$$

$$3x^4 - 16x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 = \frac{4}{3} \text{ ან } x^2 = 4.$$

შესაბამისად $AF = \frac{2}{\sqrt{3}}$ და $FC = \frac{10}{\sqrt{3}}$ ან $AF = 2$ და $FC = 10$.

პასუხი: 2 სმ



(4) 39.

A პუნქტიდან B პუნქტებს შორის მანძილი 240 კილომეტრია. A პუნქტიდან B პუნქტის მიმართულებით მუდმივი სიჩქარით გაემართა ავტობუსი. 1საათის შემდეგ B პუნქტიდან A პუნქტის მიმართულებით მუდმივი სიჩქარით გაემართა მსუბუქი ავტომობილი. ავტობუსი და მსუბუქი ავტომობილი ერთმანეთს A და B პუნქტების შემაერთებელი გზის შუაში შეხვდნენ. ამის შემდეგ, მათ შეუჩერებლად იმავე სიჩქარეებით გააგრძელეს გზა და როდესაც მათ შორის მანძილი 180 კმ გახდა, ავტობუსის გამოსვლიდან ზუსტად 3 საათი იყო გასული. იპოვეთ მსუბუქი ავტომობილის სიჩქარე.

ამოხსნა 1

დავუშვათ, მსუბუქი ავტომობილი საათში გადის u კილომეტრს, ხოლო ავტობუსი v კილომეტრს. შეხვედრის მომენტისთვის მსუბუქი ავტომობილი $\frac{120}{u}$ საათის განმავლობაში

მოძრაობდა, ხოლო ავტობუსი მოძრაობდა $\frac{120}{v}$ საათის განმავლობაში, ამიტომ $\frac{120}{v} - \frac{120}{u} = 1$.

ავტობუსმა გამოსვლიდან 3საათში გაიარა $3v$ კილომეტრი. ამ მომენტისათვის მსუბუქმა

ავტომობილმა გაიარა $2u$ კილომეტრი. ამიტომ $2u + 3v = 420$. ვღებულობთ განტოლებათა სისტემას

$$\begin{cases} 120\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{u}\right) = 1 \\ 2u + 3v = 420 \end{cases}$$

$$u = 210 - \frac{3}{2}v, \quad 3v^2 - 1020v + 240 \cdot 210 = 0, \quad v^2 - 340v + 16800 = 0, \quad u = 120, \quad v = 60. \quad (\text{ფესვი } v = 280$$

ამოცანის პირობას არ აკმაყოფილებს, რადგან ამ შემთხვევაში $2u + 3v > 420$).

პასუხი: 120კმ/სთ.

ამოხსნა 2

ვთქვათ, ავტობუსი და მსუბუქი ავტომობილი ერთმანეთს ავტობუსის გამოსვლიდან t საათის შემდეგ შეხვდნენ. მაშინ ავტობუსის სიჩქარეა $\frac{120}{t}$ კმ/სთ, ხოლო მსუბუქი ავტომობილის

სიჩქარეა $\frac{120}{t-1}$ კმ/სთ. ავტობუსის გამოსვლიდან 3 საათის შემდეგ ავტობუსს გავლილი ჰქონდა

$$\frac{3 \cdot 120}{t} \text{ კმ, ხოლო მსუბუქი ავტომობილს } \frac{2 \cdot 120}{t-1} \text{ კმ. ვღებულობთ განტოლებას } \frac{3 \cdot 120}{t} + \frac{2 \cdot 120}{t-1} = 420$$

. განტოლების გამარტივება გვაძლევს $7t^2 - 17t + 6 = 0$, საიდანაც $t_1 = 2, t_2 = \frac{3}{7}$. ამონახსნი $t = \frac{3}{7}$

ამოცანის პირობას არ აკმაყოფილებს (ამ შემთხვევაში მსუბუქი ავტომობილის სიჩქარეა $\frac{120}{t-1} = -210$ კმ/სთ). ამიტომ $t = 2$. ვღებულობთ, რომ ავტობუსის სიჩქარეა $\frac{120}{t} = 60$ კმ/სთ, ხოლო

მსუბუქი ავტომობილის სიჩქარეა 120 კმ/სთ.

პასუხი: 120კმ/სთ.

(4) 40.

სიბრტყეზე განვიხილოთ ყველა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომელთა მახვილი კუთხეა α და ფართობია 10 სმ². ამ ტრაპეციების პერიმეტრებს შორის იპოვეთ უმცირესი, თუ $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

ამოხსნა

განვიხილოთ ერთ-ერთი ტრაპეცია, რომლის მახვილი კუთხეა α და ფართობი არის 10 სმ². ვთქვათ, ამ ტრაპეციის ფუძეებია a სმ და b სმ ($b < a$), ხოლო სიმაღლე h სმ. მაშინ,

$$10 = \frac{a+b}{2}h \Rightarrow a+b = \frac{20}{h}.$$

ტრაპეციის ფერდი ტოლია $\frac{h}{\sin \alpha} = 5h$ სმ. ამიტომ, ტრაპეციის პერიმეტრია

$$P(h) = \frac{2h}{\sin \alpha} + \frac{20}{h} = 10h + \frac{20}{h} \text{ სმ.}$$

თუ გამოვიყენებთ არაუარყოფითი რიცხვებისათვის ცნობილ უტოლობას $x + y \geq 2\sqrt{xy}$, რომელშიც ტოლობა მიიღწევა, როდესაც $x = y$, მივიღებთ:

$$P(h) = \frac{2h}{\sin \alpha} + \frac{20}{h} \geq 2\sqrt{\frac{2h}{\sin \alpha} \cdot \frac{20}{h}} = 4\sqrt{\frac{10}{\sin \alpha}} = 20\sqrt{2} \text{ სმ.}$$

ამ უტოლობაში ტოლობა მიიღწევა, როდესაც $\frac{2h}{\sin \alpha} = \frac{20}{h}$, ანუ $h = \sqrt{10 \sin \alpha} = \sqrt{2}$.

შევამოწმოთ, რომ ამ მონაცემების მქონე ტრაპეცია მართლაც არსებობს. მართლაც, ავიღოთ $h = \sqrt{2}$, მაშინ ფერდის სიგრძე იქნება $\frac{h}{\sin \alpha} = 5\sqrt{2}$ და ვღებულობთ:

$$\begin{cases} a + b = 10\sqrt{2} \\ a - b = 8\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow a = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}, \quad b = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}.$$

ადვილი შესამოწმებელია, რომ ტოლფერდა ტრაპეცია ფუძეებით $a = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ სმ, $b = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ სმ და სიმაღლით $h = \sqrt{2}$ სმ აკმაყოფილებს ამოცანის ყველა პირობას და მისი პერიმეტრია $20\sqrt{2}$ სმ.

მაშასადამე, პერიმეტრის უმცირესი მნიშვნელობაა $20\sqrt{2}$ სმ.

პასუხი: $20\sqrt{2}$ სმ.

ვარიანტი 2

პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ა	ბ	გ	დ	ე	ვ	ზ	თ	ი	კ	ლ	მ	ნ	ო	პ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
დ	ე	ვ	ზ	თ	ი	კ	ლ	მ	ნ	ო	პ	ჟ	რ	ს

(2) 31.

ამოხსენით უტოლობათა სისტემა

$$\begin{cases} 2(x-1)+3 \leq 8 \\ 5x-4 \geq 13 \end{cases}$$

ამოხსნა

$$\begin{cases} 2(x-1)+3 \leq 8 \\ 5x-4 \geq 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 7 \\ 5x \geq 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{7}{2} \\ x \geq \frac{17}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{17}{5} \leq x \leq \frac{7}{2}$$

პასუხი: $\frac{17}{5} \leq x \leq \frac{7}{2}$.

(2) 32.

ატელიეს n ცალი პერანგის შეკერვა უჯდება $13000+30n$ ლარი. ატელიე ერთ პერანგს ყიდის 60 ლარად. რა უმცირესი რაოდენობის პერანგი უნდა გაყიდოს ატელიემ, რომ მთლიანად დაფაროს ხარჯი და მოგების სახით დარჩეს არანაკლებ 6000 ლარი? ჩათვალით, რომ ატელიეს მითითებულის გარდა სხვა სახის დანახარჯი არ აქვს.

ამოხსნა

ვთქვათ ატელიემ უნდა გაყიდოს n ცალი პერანგი. მაშინ, ატელიეს შემოსავალი იქნება $60n$ ლარი. ამ თანხით ატელიემ უნდა დაფაროს $13000+30n$ ლარის ტოლი დანახარჯი და მოგების სახით დარჩეს არანაკლებ 6000 ლარი. ე.ი.

$$60n - (13000 + 30n) \geq 6000 \Rightarrow 30n \geq 19000 \Rightarrow n \geq 633\frac{1}{3}$$

პასუხი: 634.

(2) 33.

იპოვეთ ABC მართკუთხა სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სინუსი, თუ $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$ და $BC = 3$.

ამოხსნა

პითაგორას თეორემის საშუალებით გამოვთვალოთ ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის სიგრძე $AB = \sqrt{12+9} = \sqrt{21}$. რადგან $AC > BC$ ამიტომ სამკუთხედის უმცირესი კუთხეა $\angle A$. საბოლოოდ ვიღებთ $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

პასუხი $\sqrt{\frac{3}{7}}$

(2) 34.

იპოვეთ x -ის ყველა შესაძლო მნიშვნელობა, თუ $1; -7; 13; x; 9; 4$ რიცხვითი მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი 23-ის ტოლია.

ამოხსნა

თუ $-7 \leq x \leq 13$, მაშინ მონაცემების გაბნევის დიაპაზონი $13 - (-7) = 20$ -ის ტოლია, რაც პირობას არ აკმაყოფილებს.

თუ $x < -7$, მაშინ პირობის თანახმად გვექნება $13 - x = 23 \Leftrightarrow x = -10$.

თუ $x > 13$, მაშინ პირობის თანახმად გვექნება $x - (-7) = 23 \Leftrightarrow x = 16$.

პასუხი: -10 და 16.

(3) 35.

მოცემულია (b_n) გეომეტრიული პროგრესია, რომლის პირველი წევრი განსხვავებულია ნულისგან, მნიშვნელის მოდული კი განსხვავებულია 1-საგან. იპოვეთ k და m , თუ $k + m = 20$ და $b_9 \cdot b_k^2 = b_5^2 \cdot b_m$.

ამოხსნა

გვაქვს $b_1 \cdot q^8 \cdot b_1^2 \cdot q^{2k-2} = b_1^2 \cdot q^8 \cdot b_1 \cdot q^{m-1} \Leftrightarrow q^{2k-2} = q^{m-1} \Leftrightarrow 2k - m = 1$.

მიღებულ ტოლობას მივუმატოთ პირობაში მოცემული $k + m = 20$ ტოლობა. მივიღებთ $3k = 21 \Leftrightarrow k = 7$. მაშინ $m = 13$.

პასუხი: $k = 7$ და $m = 13$.

(3) 36.

$f(x) = a \cdot \log_3(bx)$ ფუნქციის გრაფიკი გადის $(2; 0)$ და $(18; 17)$ წერტილებზე. იპოვეთ a და b პარამეტრების მნიშვნელობები.

ამოხსნა

რადგან $f(x) = a \cdot \log_3(bx)$ ფუნქციის გრაფიკი გადის $(2; 0)$ და $(18; 17)$ წერტილებზე გვექნება

$$\begin{cases} a \cdot \log_3(2b) = 0 \\ a \cdot \log_3(18b) = 17 \end{cases}, \text{ აქედან მივიღებთ}$$

$a = 0$ ან $\log_3(2b) = 0$. მივიღებთ $a = 0$ ან $b = \frac{1}{2}$, მაგრამ რადგან $a \cdot \log_3(18b) = 17$ ამიტომ $a \neq 0$

, ე.ი. $b = \frac{1}{2}$, მაშინ $a \cdot \log_3 9 = 17$. აქედან $a = \frac{17}{2}$.

პასუხი: $a = \frac{17}{2}$; $b = \frac{1}{2}$.

(3) 37.

ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზის სიგრძე 4 სმ-ია, ხოლო $\angle ABC = 60^\circ$. A მახვილი კუთხის წვეროდან ABC სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AM მართობი, რომლის სიგრძეა 6 სმ. იპოვეთ M წერტილიდან BC წრფისადმი გავლებული მართობის მიერ ACB სიბრტყესთან შედგენილი კუთხის ტანგენსი.

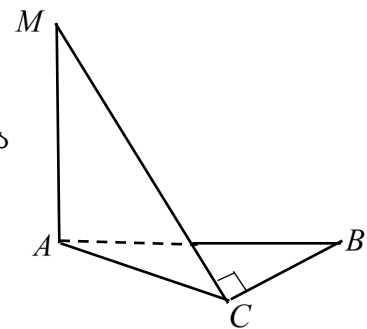
ამოხსნა

M წერტილი შევავერთოთ C წერტილთან. შევნიშნოთ, რომ MC წრფის გეგმილი ACB სიბრტყეში იქნება AC წრფე. ვინაიდან $AC \perp CB$, ამიტომ $MC \perp CB$. მაშასადამე M წერტილიდან BC წრფისადმი გავლებული მართობი იქნება MC და ის ACB სიბრტყესთან შეადგენს MCA კუთხეს.

გვაქვს: $AC = AB \sin 60^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$. $\triangle MAC$ არის მართკუთხა

A მართი კუთხით, ამიტომ $\operatorname{tg} \angle MCA = \frac{MA}{AC} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

პასუხი: $\sqrt{3}$.

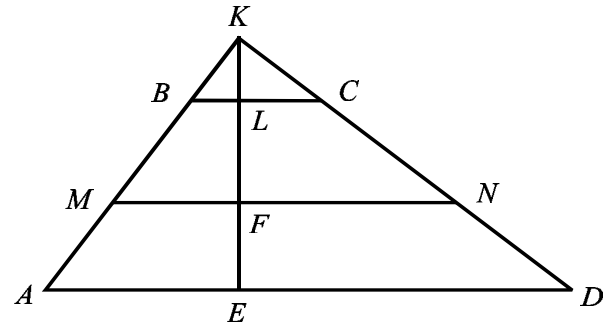


(4) 38.

$ABCD$ ტრაპეციის ფუძეებია AD და BC , მისი სიმაღლეა 12 სმ, ხოლო $AD:BC=5:1$. ტრაპეციაში გავლებულია ფუძეების პარალელური წრფე, რომელიც AB და CD ფერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. ცნობილია, რომ $MN=2BC$, ხოლო $AMND$ ოთხკუთხედის ფართობი არის 21 სმ². იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

ამოხსნა 1

გავაგრძელოთ AB და CD ფერდები K წერტილში გადაკვეთამდე. K წერტილიდან AD ფუძეზე დავუშვათ KE სიმაღლე, რომელიც BC და MN მონაკვეთებს შესაბამისად L და F წერტილებში კვეთს.



ვთქვათ $AD=5x$ და $BC=x$. მაშინ $MN=2x$. BKC და AKD სამკუთხედების მსგავსებიდან

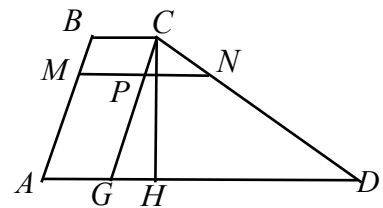
გვექნება $\frac{BC}{AD} = \frac{KL}{KE} \Rightarrow \frac{x}{5x} = \frac{KL}{KL+12} \Rightarrow KL=3$.

BC მონაკვეთი MKN სამკუთხედში იქნება შუახაზი, ამიტომ $KL=LF=3$. მაშინ $FE=9$.

გვაქვს $S_{AMND} = \frac{AD+MN}{2} \cdot EF \Rightarrow \frac{2x+5x}{2} \cdot 9 = 21 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$.

ამრიგად $AD = \frac{10}{3}$ და $BC = \frac{2}{3}$.

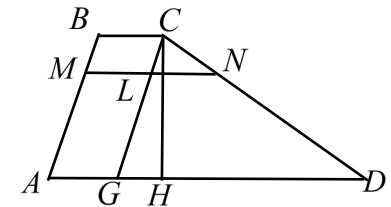
პასუხი: $\frac{10}{3}$ სმ და $\frac{2}{3}$ სმ.



ამოხსნა 2

C წერტილზე გავავლოთ AB მონაკვეთის პარალელური CG მონაკვეთი და CH სიმაღლე. ვთქვათ $AD=5x$ და $BC=x$. მაშინ $ML=LN=AG=x$ და $GD=4x$. CLN და

CGD სამკუთხედების მსგავსებიდან გვექნება $\frac{CL}{CG} = \frac{LN}{GD} = \frac{1}{4}$.



ამიტომ $\frac{S_{MBCL}}{S_{AMLG}} = \frac{CL}{LG} = \frac{1}{3}$, $\frac{S_{CLN}}{S_{GLND}} = \frac{1}{15}$ და $S_{MBCL} = 2S_{CLN}$. მაშასადამე,

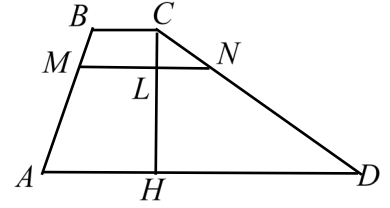
$S_{AMND} = S_{AMLG} + S_{GLND} = 3S_{MBCL} + 15S_{CLN} = 6S_{CLN} + 15S_{CLN} = 21S_{CLN} = 21 \Rightarrow S_{CLN} = 1$.

$S_{ABCD} = 21 + 2 + 1 = 24 = \frac{5x+x}{2} \cdot 12 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$. ამრიგად $AD = \frac{10}{3}$ და $BC = \frac{2}{3}$.

პასუხი: $\frac{10}{3}$ და $\frac{2}{3}$.

ამოხსნა 3

ვთქვათ $BC = x$, $CL = h_1$ და $LH = h_2$. მაშინ $AD = 5x$, $MN = 2x$
და $h_1 + h_2 = 12$. გვაქვს



$$S_{ABCD} = \frac{x+5x}{2} \cdot CH = 3x \cdot 12 = 36x;$$

$$S_{AMND} = \frac{2x+5x}{2} \cdot LH = \frac{7xh_2}{2} = 21;$$

$$S_{MBCN} = \frac{2x+x}{2} \cdot CL = \frac{3xh_1}{2} = \frac{3x(12-h_2)}{2}.$$

ცხადია, რომ $S_{ABCD} = S_{AMND} + S_{MBCN} \Leftrightarrow 21 + \frac{3x(12-h_2)}{2} = 36x$. მივიღეთ სისტემა:

$$\begin{cases} 21 + \frac{3x(12-h_2)}{2} = 36x \\ \frac{7xh_2}{2} = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21 + 18x - \frac{3xh_2}{2} = 36x \\ xh_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow 21 + 18x - 9 = 36x \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

ამრიგად, $AD = \frac{10}{3}$ და $BC = \frac{2}{3}$.

პასუხი: $\frac{10}{3}$ და $\frac{2}{3}$.

(4) 39.

A და B ნაკვეთებს ტოლი ფართობები აქვს. პირველი ბრიგადა ამუშავებს A ნაკვეთს, ხოლო მეორე ბრიგადა - B ნაკვეთს. თითოეული ბრიგადა მუდმივი სიჩქარით მუშაობს. მეორე ბრიგადამ მუშაობა პირველ ბრიგადასთან შედარებით 1 საათით გვიან დაიწყო. თითოეულმა ბრიგადამ თავიანთი ნაკვეთების პირველი ოთხი ჰექტრის დამუშავება დროის ერთსა და იმავე მომენტში დაასრულა. მეორე ბრიგადამ თავისი ნაკვეთის დამუშავება მუშაობის დაწყებიდან 9 საათში დაამთავრა, ამ მომენტისთვის კი პირველ ბრიგადას კიდევ 1 ჰექტარი დარჩა დასამუშავებელი. იპოვეთ ნაკვეთების ფართობები.

ამოხსნა 1

თუ პირველი ბრიგადა საათში x ჰექტარს ამუშავებს, ხოლო მეორე ბრიგადა y ჰექტარს, მაშინ 4 ჰექტარს პირველი ბრიგადა $\frac{4}{x}$ საათში დაამუშავებს, ხოლო მეორე ბრიგადა $\frac{4}{y}$ საათში. ვღებულობთ

განტოლებას $\frac{4}{x} - \frac{4}{y} = 1$. მუშაობის დაწყებიდან 9 საათის შემდეგ მეორე ბრიგადას დამუშავებული

ჰქონდა $9y$ ჰექტარი ფართობი, ხოლო პირველ ბრიგადას ამ დროისათვის $10x$ ჰექტარი ფართობი. ამიტომ $9y - 10x = 1$. ვღებულობთ სისტემას

$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{4}{y} = 1 \\ 9y - 10x = 1 \end{cases}$$

საიდანაც ვღებულობთ განტოლებას $9y^2 - 5y - 4 = 0$. ამ განტოლების ამოხსნა გვაძლევს $y = 1$, მაშინ თითოეული ნაკვეთის ფართობი ტოლია $9y = 9$ ჰა.

პასუხი. 9 ჰა.

ამოხსნა 2

ვთქვათ პირველი ოთხი ჰექტრის დამუშავებას პირველმა ბრიგადამ t საათი მოანდომა. მაშინ მეორე ბრიგადამ იგივე ფართობი $t-1$ საათში დაამუშავა. ამიტომ 1 ჰექტრის დამუშავებას პირველი ბრიგადა $\frac{t}{4}$, ხოლო მეორე ბრიგადა $\frac{t-1}{4}$ საათს ანდომებს. მეორე ბრიგადამ 9 საათში $\frac{9 \cdot 4}{t-1}$ ჰექტარი დაამუშავა, ხოლო პირველმა ბრიგადამ 10 საათში დაამუშავა $\frac{10 \cdot 4}{t}$ ჰექტარი. ამოცანის პირობის თანახმად $\frac{36}{t-1} - \frac{40}{t} = 1$. განტოლების ამოხსნა გვაძლევს $t^2 + 3t - 40 = 0$, $t_1 = 5$, $t_2 = -8$. ამოცანის პირობას აკმაყოფილებს მხოლოდ ამონახსნი $t = 5$. ამ შემთხვევაში თითოეული ნაკვეთის ფართობია $\frac{9 \cdot 4}{5-1} = 9$ ჰა.

ამოხსნა 3

ვთქვათ თითოეული ნაკვეთის ფართობია x ჰა. მაშინ, რადგან მეორე ბრიგადამ 9 სთ-ში დაასრულა თავისი ნაკვეთის დამუშავება, მისი მუშაობის სიჩქარეა $\frac{x}{9}$ ჰა/სთ. ამოცანის პირობის თანახმად პირველმა ბრიგადამ 10 საათში დაამუშავა $(x-1)$ ჰა, ე.ი. მისი მუშაობის სიჩქარე ყოფილა $\frac{x-1}{10}$ ჰა/სთ. მაშინ 4 ჰა-ს პირველი ბრიგადა დაამუშავებდა $\frac{4}{x-1}$ სთ-ში, ხოლო მეორე $\frac{4}{x}$ სთ-ში. ამოცანის პირობის თანახმად ვწერთ განტოლებას:

$$\frac{4}{x-1} = \frac{4}{x} + 1.$$

განტოლების გამარტივების შედეგად მივიღებთ: $x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = 9; x_2 = -4$.

პასუხი: 9 ჰა.

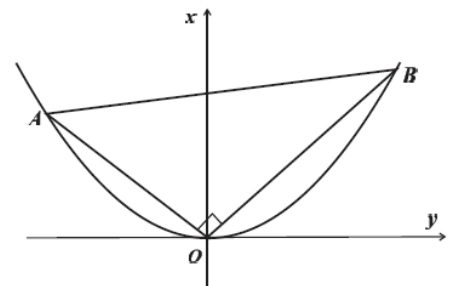
(4) 40.

Oxy საკოორდინატო სისტემაში განვიხილოთ ყველა AOB მართკუთხა სამკუთხედი, რომელთა მართი კუთხის წვერო მდებარეობს საკოორდინატო სისტემის სათავეში, ხოლო A და B წვეროები მდებარეობს $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{31}}$ ფუნქციის გრაფიკზე. იპოვეთ ამ სამკუთხედების ფართობებს შორის უმცირესი.

ამოხსნა

განვიხილოთ ნებისმიერი AOB მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის მართი კუთხე მდებარეობს საკოორდინატო სისტემის სათავეში, ხოლო $A\left(x_1, \frac{x_1^2}{\sqrt{31}}\right)$ და $B\left(x_2, \frac{x_2^2}{\sqrt{31}}\right)$ წვეროები მდებარეობს

$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{31}}$ ფუნქციის გრაფიკზე, ამასთან, $x_1 < 0$, ხოლო $x_2 > 0$.



რადგან \overline{OA} და \overline{OB} ურთიერთმართობულივექტორებია, გვაქვს $x_1x_2 + \frac{x_1^2x_2^2}{31} = 0 \Rightarrow x_1x_2 = -31$. AOB

მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი ტოლია

$$S(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + \frac{x_1^4}{31}} \cdot \sqrt{x_2^2 + \frac{x_2^4}{31}} = \frac{1}{2} |x_1| |x_2| \sqrt{1 + \frac{x_1^2}{31}} \cdot \sqrt{1 + \frac{x_2^2}{31}} =$$

$$= \frac{31}{2} \sqrt{1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{31} + \frac{x_1^2 x_2^2}{31^2}} = \frac{31}{2} \sqrt{2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{31}}.$$

თუ გამოვიყენებთ უტოლობას $x_1^2 + x_2^2 \geq 2|x_1||x_2| = 62$, რომელშიც ტოლობა მიიღწევა, როდესაც

$$|x_1| = |x_2|, \text{ მივიღებთ } S(x_1, x_2) \geq \frac{31}{2} \sqrt{2 + \frac{2|x_1| \cdot |x_2|}{31}} = \frac{31}{2} \sqrt{2+2} = 31.$$

ე.ი. $S(x_1, x_2)$ ფუნქცია ქვემოდან შემოსაზღვრულია 31-ით. ამასთან, როდესაც $x_2 = -x_1 = \sqrt{31}$, $S(x_1, x_2)$ ფუნქცია იღებს თავის უმცირეს მნიშვნელობას და ის ტოლია 31-ის. შესაბამისი მართკუთხა სამკუთხედის წვეროებია $A(-\sqrt{31}; \sqrt{31})$ და $B(\sqrt{31}; \sqrt{31})$.

პასუხი: 31.

მათემატიკის გამოცდებზე აბიტურიენტთა მიერ დაშვებული

ტიპური შეცდომები

გვინდა თქვენი ყურადღება იმ რამდენიმე ტიპურ შეცდომაზე გავამახვილოთ, რომლებსაც აბიტურიენტები გამოცდაზე უშვებენ. ნაშრომების ანალიზის შედეგად ისინი რამდენიმე ძირითად კატეგორიად დავყავით, რომლებიც ქვემოთ არის ჩამოთვლილი.

შეცდომების საილუსტრაციოდ მოგვყავს მაგალითები აბიტურიენტთა სხვადასხვა წლის ნაშრომებიდან.

1. აბიტურიენტმა ვერ გაიგო ამოცანის პირობა. შედეგად აბიტურიენტი ამოცანას ხსნის სხვა პირობებში ან პოულობს სხვა სიდიდეს და არა იმას, რაც მოთხოვნილი იყო ამოცანის პირობით. ამოცანის პირობის თანახმად, მასში მოცემული სამი რიცხვიდან მესამე რიცხვი 30-ით მეტია მეორეზე და არა პირველზე, როგორც ქვემოთ მოყვანილი ამოხსნის ავტორი ფიქრობს.

34.

$$I \quad - x$$

$$II \quad - x + 6$$

$$III \quad - x + 30$$

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$(x+6)^2 = x \cdot (x+30)$$

$$x^2 + 12x + 36 = x^2 + 30x$$

$$18x = 36$$

$$x = 2$$

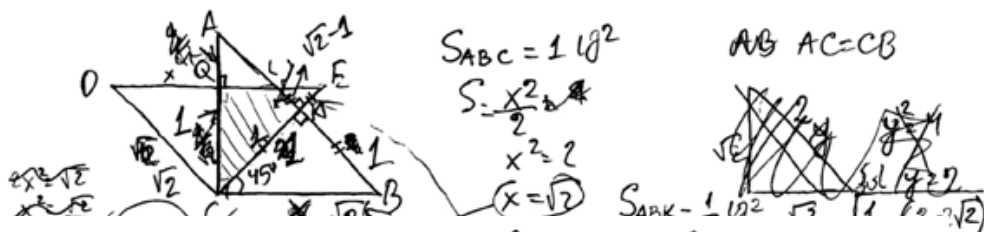
პასუხი: ეს ჩვეულებრივია: 2 ; 8 ; 32 .

რჩევა: ყურადღებით წაიკითხეთ ამოცანა, კარგად გაიაზრეთ მასში მოცემული პირობები.

2. საგამოცდო ნაწერი ან ნახაზი იმდენად ცუდად არის შესრულებული, რომ მათი გაგება შეუძლებელია.

საგამოცდო დავალების თანმხლებ ინსტრუქციაში პირდაპირ არის მითითებული, რომ 31-40 დავალებებში, სადაც მოითხოვება ამოცანის ამოხსნის დემონსტრირება, აბიტურიენტის ჩანაწერში მკაფიოდ უნდა ჩანდეს ამოცანის ამოხსნის გზა.

33.

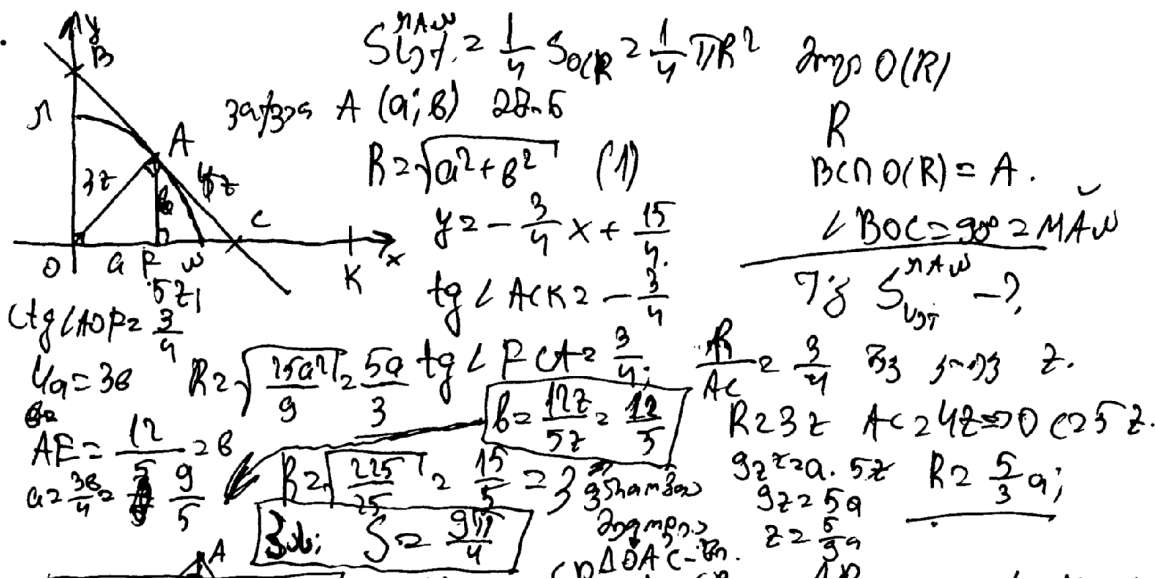


36. ვიქონი I-ში ვიხდებოდა იმედიანი ვიქონი

X-ს ხარჯი #Y-ს. ~~სადაც ვიქონი იმედიანი ვიქონი~~

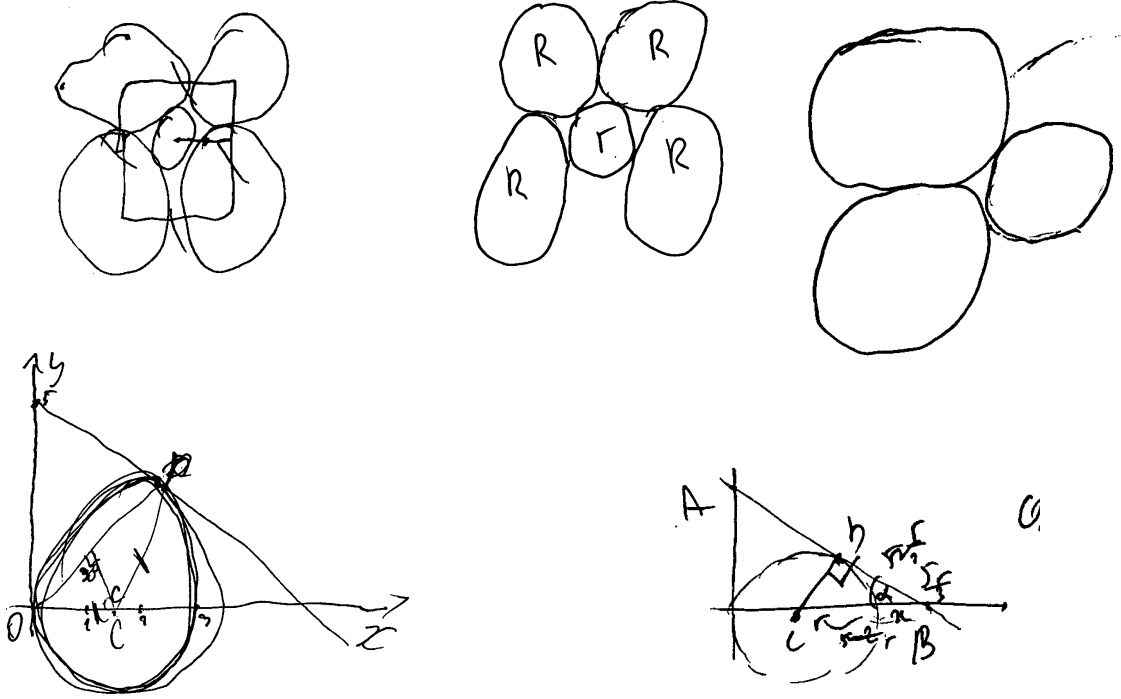
$\frac{55}{100}x + 600 = x + 600 = \frac{40}{100}k$ სადა $k = t + 600 + 1900 = t + 1800$ რისთვისაც, 206
 $\frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}(t + 1800) \Rightarrow \frac{11}{20}t + 600 = \frac{2}{5}t + 720 \Rightarrow \frac{13}{20}t = 120 \Rightarrow t = 800$ და
 \Rightarrow I-ში ვიქონი იმედიანი ვიქონი $X + 600 = \frac{11}{20}t + 600 = \frac{11}{20} \cdot 800 + 600 = 440 + 600 = 1040$
 იმედიანი ვიქონი იმედიანი $Y + 1900 = \frac{15}{100}t + 1900 = \frac{15}{100} \cdot 800 + 1900 = 1200 + 1900 = 3100$
 ~~$\frac{55}{100}(t + 1800) = \frac{40}{100}(t + 1800) \Rightarrow \frac{55}{100}t + 990 = \frac{40}{100}t + 720 \Rightarrow \frac{15}{100}t = -270$~~
 ~~$\frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}(t + 1800) \Rightarrow \frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}t + 720 \Rightarrow \frac{15}{100}t = 120 \Rightarrow t = 800$~~
 ~~$\frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}(t + 1800) \Rightarrow \frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}t + 720 \Rightarrow \frac{15}{100}t = 120 \Rightarrow t = 800$~~
 ~~$\frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}(t + 1800) \Rightarrow \frac{55}{100}t + 600 = \frac{40}{100}t + 720 \Rightarrow \frac{15}{100}t = 120 \Rightarrow t = 800$~~
 $= 1560$ სადა I-ში ვიქონი იმედიანი 1040 ხოლო II-ში 1560

37.



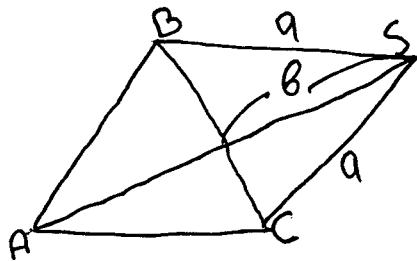
აბიტურიენტების ნაშრომების ანალიზმა აჩვენა, რომ სკოლის მოსწავლეები ცუდად ფლობენ გეომეტრიული ნახაზის აგების უნარს. ეს განსაკუთრებით ეხება სტერეომეტრიულ ნახაზებს. ქვემოთ მოყვანილი „ნახაზები“ საგამოცდო ნაშრომებიდან ამ სამწუხარო ფაქტის ნათელი დადასტურებაა.

33.



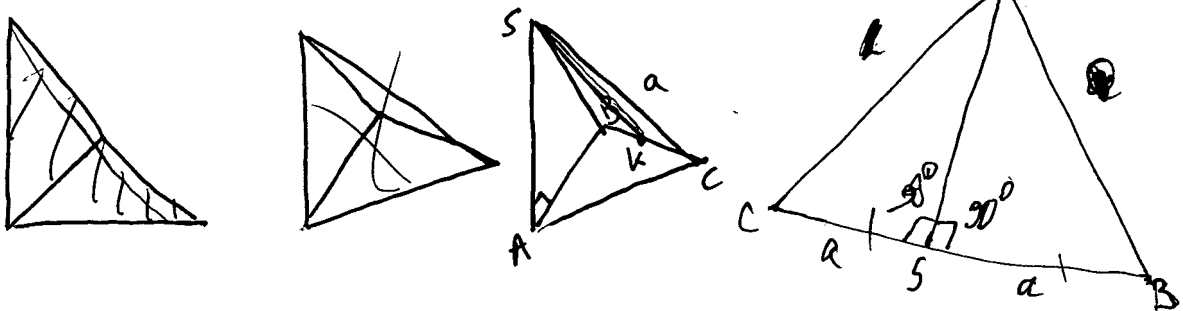
აი, სტერეომეტრიული ნახაზის აგების რამდენიმე მცდელობა:

38.



$$AS = 2B.$$

38.



მოსწავლეებს განსაკუთრებით უჭირთ ნახაზის აგების დროს სტერეომეტრიული ფაქტებისა და დებულებების გათვალისწინება. ამის ნათელი მაგალითია 2020 წლის ტესტის 37-ე ამოცანა, რომლის ამოსახსნელად აუცილებელი იყო პირამიდის წვეროდან ფუძეზე სიმაღლის დაშვება. ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე ეს სიმაღლე ფუძის გვერდზე უნდა დაშვებულიყო,

მაგრამ მოსწავლეთა უმრავლესობამ „ინტუიციაზე“ დაყრდნობით სიმაღლე ფუძის შიგნით დაუშვა და შედეგად არასწორი პასუხი მიიღო.

37.

$AB = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 $CK = \sqrt{4-3} = 1$
 $\angle SCK = 60^\circ$

37.

$AB = 2\sqrt{3}$ (ჰიპოთენუსი)
 $CK = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \frac{3}{2}$
 $CO_{\text{ფუძის}} = \sqrt{3}$ O -მანძილს AB -მდე
 $MO = \frac{2\sqrt{3}}{2}$ $CM = 2$ $\angle OCM = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\angle MBO = \angle MAO$ $\angle OCM = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\angle MBO = \angle MAO = \arccos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

37.

$AC = 3\sqrt{2}$
 $BC = 3$
 $AB = AM = CM = 2$
 $\angle MBO; \angle MAO; \angle MCO = ?$
 $CO = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\cos \angle MCO = \frac{CO}{CM} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$
 $\angle MCO = \arccos \frac{\sqrt{2}}{4}$

რჩევა: გეომეტრიული ნახაზები ააგეთ აკურატულად, წინასწარ მოიფიქრეთ ნახაზის დეტალები (მაგალითად, სად ეცემა ამ დროს სამკუთხედის სიმაღლე: სამკუთხედის გვერდზე, თუ მის გაგრძელებაზე) ნახაზის აგებისას გაითვალისწინეთ გეომეტრიული დებულებები. თქვენს მიერ აგებული დამატებითი ხაზები და აღნიშვნები განმარტეთ სიტყვიერად, რომ მკითხველისათვის ნათელი იყოს თქვენს მიერ ჩატარებული მსჯელობები და გამოთვლები.

3. ამოცანის ამოხსნისას გამოტოვებულია ამოხსნის გარკვეული ეტაპი და ყოველგვარი დასაბუთების გარეშე დაწერილია საძიებელი ან საშუალებო სიდიდის მნიშვნელობა. ქვემოთ მოყვანილ ამოხსნაში აბიტურიენტმა ყოველგვარი დასაბუთების გარეშე ჩათვალა, რომ ამოცანაში განხილული წრის რადიუსი 3-ის ტოლია.

37.

$3x + 4y = 15$
 $S_{OAK} = \frac{1}{2} R^2$
 $S_{OAK} = \frac{1}{2} R^2 \cdot \frac{15}{4} = \frac{9\sqrt{6}}{4}$
 $AO = OK = R$
 $R = 3$

ქვემოთ ამ ამოხსნის ავტორი x ცვლადის მნიშვნელობას გამოთვლის გარეშე დებულობს:

34. I x II $x+6$ III $x+36$ აქედან $d = \frac{x+6}{x}$
 აქედან I - $\frac{3}{2}$ II - $\frac{15}{2}$ III - $\frac{225}{6} = \frac{75}{2}$
 $d = \frac{15}{3}$ ანუ $\frac{\frac{3}{2} + 6}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{15}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{15}{3}$

იგივე ამოცანის პასუხი დაწერილია ყოველგვარი დასაბუთების გარეშე:

34.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot q^n - 1}{q - 1}$$

$$a_1 + a_2 + a_6 = 63$$

$$\frac{12}{3} = 4$$

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 12$$

$$a_3 = 21, \quad a_4 = 30$$

$$a_5 = 39, \quad a_6 = 48$$

$$d = 9$$

პას: 3, 12, 48.

34.

შეცვლა:

$$\begin{aligned} \text{I} & - x \\ \text{II} & - x+6 \\ \text{III} & - x+36 \end{aligned}$$

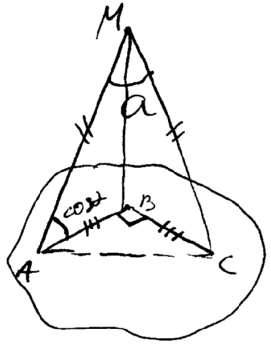
$$\begin{aligned} \text{I} & - 1,5 \\ \text{II} & - 7,5 \\ \text{III} & - 37,5 \end{aligned}$$

პას: I ნაკვირ — 1,5
 II ნაკვირ — 7,5
 III ნაკვირ — 37,5

რჩევა: თქვენი ნააზრევი და ქმედებები გადმოეცით ნათლად და თანმიმდევრულად, მკვეთრი ნახტომების გარეშე. მკითხველისათვის ნათელი უნდა იყოს თქვენს მიერ ჩატარებული ამოხსნის გზა და გამოთვლები. ნაწერიდან უნდა ჩანდეს თუ როგორ მიიღეთ ამა თუ იმ სიდიდის მნიშვნელობა.

4. აბიტურიენტი ამოცანის ამოხსნისას აკეთებს დამატებით დაშვებებს, რომლებიც ამოცანის პირობიდან არ გამომდინარეობს. მაგალითად, ერთ-ერთი ამოცანის ქვემოთ მოყვანილ ამოხსნაში აბიტურიენტი გულისხმობს, რომ AM და AC მონაკვეთები ტოლია.

38.



შოიქ: $AM = MC ; \angle AMC = \alpha ; \angle ABC = 90^\circ$
 ყ. 3 ცააძ.

$AB = x$
 $AC = x\sqrt{2}$ $AC = AM$

$\cos \alpha = \frac{AB}{AM} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$

პაღ: $\cos \alpha = 45^\circ$

რჩევა: თქვენს მიერ მიღებული ყოველი სიდიდის მნიშვნელობა უნდა იყოს გარკვეული ლოგიკური მსჯელობის შედეგი. ნუ გააკეთებთ დამატებით დაშვებებს, რომლებიც ამოცანის პირობიდან არ გამომდინარეობს.

5. მათემატიკური დებულებების არასწორი ცოდნა ან გამოყენება

წრფივი განტოლების ამოხსნისას აბიტურიენტი იყენებს კვადრატული განტოლების ამოხსნის წესებს.

31. $2ax - 3b - (5x - 1) = 0.$
 $D = 9 + 8x(5x - 1) = 9 + 40x^2 - 8x.$
 $40x^2 - 8x + 9 < 0.$
 $D/4 = 16 - 360 = -344.$

ეს ავაღიაროო სამწევრი ნივთ ნაკლები აბსოლუტის ექნება.

31. $2ax - 3b = 5x - 1$ განვლოღებჲ ჟონჯასნი ხომ არ ეონდეს $D < 0$

რჩევა: ყურადღებით გაეცანით ამოცანის პირობას. სწორად ამოიცანით პირობაში მოცემული მათემატიკური ობიექტები და ამოცანის ამოხსნის პროცესში გამოიყენეთ შესაბამისი მათემატიკური დებულებები და ფორმულები.

6. აბიტურიენტი ერთი და იმავე სიმბოლოთი აღნიშნავს სხვადასხვა სიდიდეს. ასეთი შემთხვევის საილუსტრაციოდ მოგვყავს ამოხსნა, რომელშიც ყველა სამიებელი სიდიდე x -ით არის აღნიშნული.

36. იანვ I - 55%
 იანვ II - 45%

I. $\frac{\text{იანვ} + \text{თებ}}{2} = 40\%$

I. $\frac{55\% + x}{2} = 40\%$

II. $\frac{\text{იანვ} + \text{თებ}}{2} = 60\%$

$55\% + x = 80\%$

$x = 35\%$

II. $\frac{45\% + x}{2} = 60\%$

II 1200 ჯ - 15%

$x - 55\%$

$x = 400 \cdot 11 =$

$= 4400$

45% $x = 1200$

II. 600 ჯ - 60% 75%

$x = 75\%$

$x - 45\%$

$75x = 600 \cdot 45$

$x = \frac{600 \cdot 45}{75} = 24 \cdot 15 = 780$

II იანვ - 4400 ჯ

II იანვ - 600 ჯ

თებ - 1200 ჯ

თებ - 780 ჯ

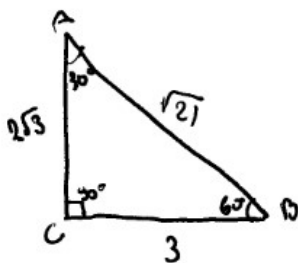
II სულ $4400 + 1200 = 5600$ ჯ

I სულ $600 + 780 = 1380$ ჯ

რჩევა: ყურადღებით გაეცანით ამოცანის პირობას. მანამ სანამ კავშირს დაადგენთ სხვადასხვა სიდიდეს შორის, მათ აღსანიშნავად შემოიტანეთ განსხვავებული ცვლადები. მას შემდეგ, რაც სიდიდეებს შორის კავშირს დაადგენთ, ეს ცვლადები ბუნებრივად დაუკავშირდება ერთმანეთს.

7.

33.



$AC = 2\sqrt{3}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$CB = 3$

$c^2 = 2\sqrt{3}^2 + 9$

$AB = \sqrt{21}$

$c = \sqrt{21}$

$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}}$

მართკუთხა სამკუთხედში ცნობილია კათეტები და გამოსათვლელია უმცირესი მახვილი კუთხის სინუსი. აბიტურიენტი არ ცდილობს, დაადგინოს რომელია უმცირესი მახვილი

კუთხე და ჰიპოტენუზის გამოთვლის შემდეგ პოულობს შემთხვევით არჩეული მახვილი კუთხის სინუსს, რაც არ არის სწორი პასუხი. უმცირესი მახვილი კუთხე უნდა დაადგინოს კათეტების შედარებით: ვინაიდან $3 < 2\sqrt{3}$, ამიტომ $\angle A < \angle B$ და $\sin(\angle A) = \frac{3}{\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

31.

$$\begin{cases} 2(x-2)+3 \leq 8 \\ 5x-4 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-2+3 \leq 8 \\ 5x \geq 17 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{7}{2} \\ x \geq \frac{14}{5} \end{cases}$$

$$\frac{7}{2} = 3.5$$

$$\frac{14}{5} = 2.8$$

$$x \in \left[\frac{7}{2}; \frac{14}{5} \right]$$

31-ე ამოცანის ზემოთ მოყვანილ ამოხსნაში აბიტურიენტს სწორად აქვს ამოხსნილი სისტემაში შემავალი თითოეული უტოლობა, მაგრამ საბოლოო პასუხი არასწორად აქვს დაფიქსირებული. შეცდომა სავარაუდოდ გამოწვეულია იმით, რომ აბიტურიენტმა ყურადღებით არ შეაღწა ერთმანეთს მიღებული წილადი რიცხვები და არ განაღწა რიცხვით ღერძზე უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლის მითითებით, რათა დაეფიქსირებინა საბოლოო პასუხი. ნაჩქარევად დაწერილი პასუხი აღმოჩნდა არასწორი.

35.

$$\begin{cases} k+m=20 \\ b_9 \cdot b_k^2 = b_5^2 \cdot b_m \end{cases} \quad \begin{cases} k=20-m \\ b_9 \cdot b_{(20-m)}^2 = b_5^2 \cdot b_m \end{cases} \quad \begin{cases} m=20-k \\ b_9 \cdot b_{(20-k)}^2 = b_5^2 \cdot b_{(20-k)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=20-k \\ b_9 \cdot b_{(20-k)}^2 = b_5^2 \cdot b_{(20-k)} \end{cases}$$

$$b_{9(20-k)}^2 = b_{5(20-k)}^2$$

$$180-9m = 100-5k$$

$$180-9m-100 = -5k$$

$$-9m = 100-5k-80$$

$$80-9m = -5k$$

$$-9m = 100-5k-80$$

$$k = \frac{-80+9m}{5}$$

$$m = \frac{80+5k}{9}$$

35-ე ამოცანის ზემოთ მოყვანილი ამოხსნის პროცესში აბიტურიენტს გამორჩა პროგრესიის წევრის ხარისხი და ამავე დროს დაუშვა არსებითი ხასიათის შეცდომა, როდესაც პროგრესიის წევრების ნამრავლი ჩაანაცვლა მათი ინდექსების ნამრავლით (დაწერა $9(20-m) = 5(20-k)$, სინამდვილეში კი ადგილი აქვს ტოლობას: $9 + 2(20-m) = 2 \cdot 5 + 20-k$). ასეთი ტიპის შეცდომები გამოწვეულია იმით, რომ ზოგჯერ აბიტურიენტებს სრულფასოვნად არ აქვთ გააზრებული პროგრესიის წევრების ნომრებისათვის ძალაში მყოფი კანონზომიერებები და ნაცვლად გამოთვლის პროცესის სრულყოფილად წარმოჩენისა, მექანიკურად წერენ არასწორად ინტერპრეტირებულ ტოლობებს.

$$34. \quad 1: -7: 13: x: 9: 4$$

$$-7: 2: 4: 9: 13: x$$

$$x - (-7) = x + 7 = 23$$

$$23 - 7 = 16$$

$$x = 16$$

$$-x: -7: 4: 9: 13$$

$$13 - (-x) = 13 + x = 29$$

$$x = 29 - 13$$

$$x = 16$$

ამ ამოხსნაში ცხადია აბიტურიენტი მექანიკურ შეცდომას უშვებს, მაგრამ საწუხაროდ ეს ამოხსნა მაქსიმალურ ქულად ვერ შეფასდება. ჩვენი რჩევაა, აბიტურიენტებმა შეამოწმონ მიღებული პასუხები, მითუმეტეს მაშინ, როდესაც ეს პროცედურა ერთ წუთსაც არ მოითხოვს. პასუხების შემოწმებას როგორც კი დავიწყებთ, მაშინვე აღმოვაჩინებთ რომ 10 არ არის -7-ზე ნაკლები, შესაბამისად ის სწორი პასუხი ვერ იქნება. სამწუხაროდ ისეთი შეცდომები, რომელთა აღმოჩენაც და გამოსწორებაც პრობლემა არ უნდა იყოს ხშირია აბიტურიენტთა ნაშრომებში. საილუსტრაციოდ მოგვყავს ამ ამოცანის ამოხსნაში დაშვებული ზუსტად ანალოგიური შეცდომა.

ვიმედოვნებთ, რომ ამ საგამოცდო ნაშრომებში დაშვებული შეცდომების აქ მოყვანილი ანალიზი დაეხმარება აბიტურიენტებს მომავალი ეროვნული გამოცდებისთვის მომზადებაში.