



# Тест по математике

## Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 27 заданий. Перед номером каждого задания в скобках указан максимальный балл этого задания.

Решения заданий с двадцать пятого по двадцать седьмое включительно должны быть записаны в специально отведенном для них месте на листе ответов. В Вашей записи должны быть четко представлены пути решения заданий.

Учтите, что размеры чертежей, прилагаемых к некоторым заданиям, могут не соответствовать указанным в условиях размерам. Поэтому не следует делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условиями заданий.

**Максимальная оценка теста – 41 балл.**

**Для выполнения работы Вам отводится 4 часа.**

**Желаем успехов!**



(1) 1

Какое расстояние проедет велосипедист за  $t$  минут, если он движется с постоянной скоростью и за 0,5 часа проезжает 8 км?

а)  $\frac{t}{4}$  км

б)  $\frac{4}{15}t$  км

в)  $4t$  км

г)  $16t$  км

(1) 2

Найдите наибольшее целое число, которое меньше  $(1 - \sqrt{10})$ .

а)  $-4$

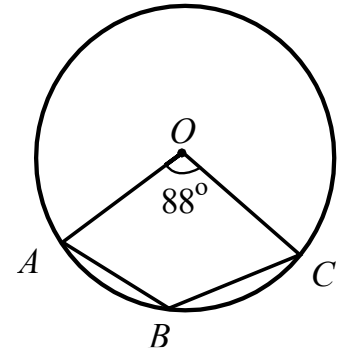
б)  $-3$

в)  $-2$

г) не существует

(1) 3

Вершины  $A$ ,  $B$  и  $C$  четырехугольника  $OABC$  лежат на окружности с центром в точке  $O$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $B$  этого четырехугольника, если  $\angle AOC = 88^\circ$ .



а)  $92^\circ$

б)  $102^\circ$

в)  $136^\circ$

г)  $176^\circ$

(1) 4

В множестве  $A \cup B$  на 24 элемента больше, чем в множестве  $A$ , а в множестве  $B$  в 3 раза больше элементов, чем в множестве  $A \cap B$ . Сколько элементов в множестве  $A \cap B$ ?

а) 6

б) 12

в) 16

г) 18

(1) 5

Суммарная стоимость трех одинаковых кресел на 17% больше стоимости стола. На сколько процентов меньше цена двух таких кресел чем цена этого стола?

а) 22%

б) 34%

в) 25,5%

г) 20%

(1) 6

На координатной плоскости  $Oxy$  через точки с координатами  $A(3; -2)$  и  $B(3; 1)$  проходит прямая. В какой точке пересекает она прямую, заданную уравнением  $y = 2x + 1$ ?

а)  $(-2; -3)$

б)  $(2; 5)$

в)  $(3; -1)$

г)  $(3; 7)$  .

(1) 7

Фигура  $A$  является множеством решений неравенства  $|x| + |y| \leq 3$  на координатной плоскости  $Oxy$ . Найдите площадь фигуры  $A$ .

а) 36

б) 18

в) 12

г) 9



(1) 8

Участок земли прямоугольной формы площадью  $6000 \text{ м}^2$ , изображен на плане фигурой площадью  $15 \text{ см}^2$ .  
Найдите масштаб этого плана.

а) 1:1000

б) 1:1500

в) 1:2000

г) 1:6000

(1) 9

Длина окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равна длине гипотенузы. Найдите отношение площади этого треугольника к площади вписанного в него круга.

а)  $\frac{4\pi + 1}{\pi}$

б)  $\frac{4\pi + 3}{\pi}$

в)  $\frac{3(\pi + 2)}{\pi}$

г)  $\frac{2\pi + 1}{\pi}$

(1) 10

Для чисел  $m$  и  $n$  выполняются неравенства  $m < n$  и  $m^2 + 4n > n^2 + 4m$ . Какое из перечисленных ниже неравенств всегда верно?

а)  $m + n > 4$

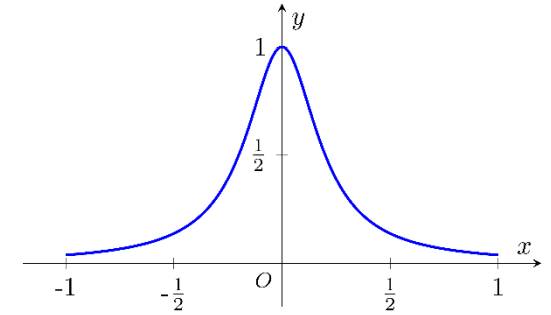
б)  $m > n + 4$

в)  $n > m + 4$

г)  $m + n < 4$

(1) 11

На рисунке изображен график в координатной плоскости  $Oxy$  одной из функций, перечисленных ниже. По рисунку найдите эту функцию.



а)  $y = \frac{1}{1+25x^2}, x \in [-1; 1];$

б)  $y = 1 - |x|, x \in [-1; 1];$

в)  $y = \frac{1}{1+x^2}, x \in [-1; 1];$

г)  $y = \frac{2-|x|}{2+|x|}, x \in [-1; 1].$

(1) 12

Сумма членов с нечетными номерами арифметической прогрессии  $a_1, a_2, \dots, a_{24}$  равна 23. Чему равна сумма членов с четными номерами этой прогрессии, если разность прогрессии равна 4?

а) 83

б) 71

в) 57

г) 49

(1) 13

В прямоугольной координатной плоскости  $Oxy$  точка, симметричная точке  $B(a; 7 - 3a)$  относительно оси абсцисс, лежит на графике функции  $y = 5x - 1$ . Чему равно  $a$ ?

а) 3

б) -2

в) -3

г) 2

(1) 14

Два действительных числа  $a$  и  $b$  случайным образом выбирают из промежутка  $[0;1]$ . Найдите вероятность того, что уравнение  $ax^2 + bx + a = 0$  не будет иметь действительного корня.

а)  $\frac{3}{4}$

б)  $\frac{1}{4}$

в)  $\frac{1}{2}$

г)  $\frac{1}{3}$

(1) 15

Найти множество значений функции  $y = 2x^2 + 4x + 3$ .

а)  $(-\infty; 1)$

б)  $(-\infty; +\infty)$

в)  $[-1; +\infty)$

г)  $[1; +\infty)$



(1) 16

Найдите  $x$ , если среднее данных:  $-1; 4; 2; x; 5$  вдвое меньше медианы данных:  $-1; 4; 3x; 2; 5$ .

а) 0

б)  $\frac{20}{13}$

в)  $-5$

г) 5

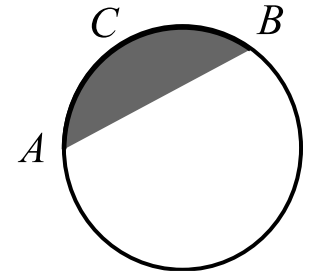
(1) 17

Найдите множество решений уравнения  $\log_2 \frac{x}{x+1} + \log_2 \frac{x+1}{x} = 0$ .

- а)  $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$
- б)  $(-\infty; -1)$
- в)  $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$
- г)  $(-\infty; +\infty)$

(1) 18

Длина дуги  $ACB$  с радианной мерой  $\alpha$  равна  $l$  см. Найдите площадь кругового сегмента, которая ограничена этой дугой и хордой  $AB$ .



- а)  $\frac{l^2}{2\alpha^2} \sin \alpha \text{ см}^2$
- б)  $\frac{l^2}{2\alpha} \text{ см}^2$
- в)  $\frac{l^2}{2\alpha} (\alpha - \sin \alpha) \text{ см}^2$
- г)  $\frac{l^2}{2\alpha^2} (\alpha - \sin \alpha) \text{ см}^2$

(1) 19

Найдите угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{a} + \vec{b}$ , если  $\vec{a}$  ненулевой вектор и  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ .

а)  $30^\circ$

б)  $60^\circ$

в)  $90^\circ$

г)  $120^\circ$

(1) 20

Найдите мнимую часть комплексного числа  $\frac{1}{1+i}$ .

а)  $-\frac{1}{2}$

б)  $\frac{1}{2}$

в)  $\frac{1}{2}i$

г) 1

(1) 21

Плоскость  $\alpha$  с плоскостью  $\beta$  составляет двугранный угол равный  $30^\circ$ . Найдите площадь треугольника, расположенного в плоскости  $\beta$ , если площадь проекции этого треугольника на плоскость  $\alpha$  равна  $12 \text{ см}^2$ .

а)  $4\sqrt{3} \text{ см}^2$

б)  $8\sqrt{3} \text{ см}^2$

в)  $12\sqrt{3} \text{ см}^2$

г)  $24\sqrt{3} \text{ см}^2$

(1) 22

Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  приведен в таблице:

$x$	1	4	5
$P(X = x)$	$a$	0,2	0,3

Найдите математическое ожидание величины  $X$ .

а) 3,6

б) 3,4

в) 2,8

г) Математическое ожидание не может быть найдено, т.к. не задано числовое значение параметра  $a$ .

(1) 23

Пусть  $S$  площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривыми  $x = \frac{\pi}{4a}$ ,  $x = \frac{\pi}{3a}$ ,  $y = 0$  и  $y = \sin(ax)$ . Найдите положительное значение параметра  $a$ , при котором  $S = \frac{1}{2}$ .

а)  $\sqrt{2} - 1$

б)  $\sqrt{2} + 1$

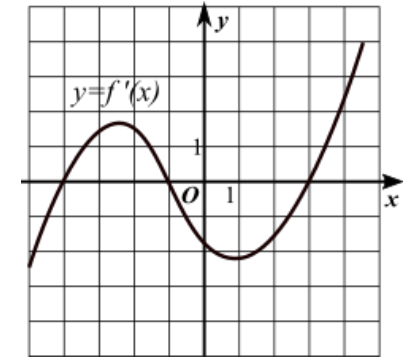
в)  $2 - \sqrt{2}$

г)  $\sqrt{2}$



(1) 24

На рисунке изображен график производной от функции  $y = f(x)$ . По рисунку определите, какое из перечисленных ниже неравенств **неверно** (каждая клетка координатной сетки является единичным квадратом).



- а)  $f(1) < f(3)$
- б)  $f(0) > f(3)$
- в)  $f(-1) > f(4)$
- г)  $f(-4) < f(-2)$

(7) 25

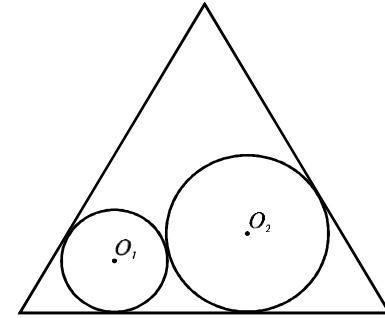
(3) 1. Приведите определение периодической функции, определенной на подмножестве множества действительных чисел.

Докажите, что функция  $f(x) = \sin x$ , заданная на множестве действительных чисел, является периодической, и найдите ее наименьший положительный период (Ответ обоснуйте).

(4) 2. Пусть,  $f$  периодическая функция определенная на множестве действительных чисел и ее наименьший положительный период равен  $T$ . Найдите наименьший положительный период функции  $h(x) = f(\alpha x + \beta)$ , если  $\alpha$  и  $\beta$  действительные числа и  $\alpha > 0$  (Ответ обоснуйте).

(5) 26

В правильный треугольник со сторонами единичной длины вписаны окружности, которые касаются друг с другом и с двумя сторонами треугольника так, как это показано на рисунке. Найдите радиус меньшей окружности, если он в два раза меньше радиуса большей окружности.



(5) 27

Решите неравенство:  $\sqrt{2x^2 - 10x + 11} \geq x - 2$ .