

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში
2022-23 სასწავლო წელი
II ტური XI-XII კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

იპოვეთ მთელი დადებითი რიცხვების ყველა $(n; k)$ წყვილი, რომლისთვისაც სრულდება $3n^2 + 2^k = n^4$ ტოლობა.

ამოცანა 2

5 ქულა

ნამდვილი რიცხვების $(x; y)$ წყვილი აკმაყოფილებს $x^2 + y^2 = 41$ პირობას. რა უმცირესი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს $xy + x + y$ გამოსახულებამ?

ამოცანა 3

5 ქულა

ABC სამკუთხედში $AB > BC$ და M არის AC გვერდის შუაწერტილი. K წერტილი აღებულია ისე, რომ KC წრფე პარალელურია AB წრფის და $\angle KMB = 90^\circ$. დაამტკიცეთ, რომ $\angle ABM = \angle MBK$.

ამოცანა 4

5 ქულა

$ABCD$ ამოზნექილ ოთხკუთხედში $AB = BD = 8$ სმ და $CD = DA = 6$ სმ. ADB კუთხის ბისექტრისა AB გვერდს კვეთს M წერტილში, ხოლო CDB კუთხის ბისექტრისა CB გვერდს კვეთს N წერტილში. იპოვეთ DMN სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

ამოცანა 5

5 ქულა

მოცემულია 2023×2023 უჯრებიანი ცხრილი, რომლის თითოეული უჯრა შევსებულია წითელი ან შავი ფერით შემდეგი წესით:

- თითოეულ სტრიქონში წითელი უჯრების რაოდენობა განსხვავებულია ყოველ სხვა სტრიქონში წითელი უჯრების რაოდენობისაგან;
- თითოეულ სვეტში შავი უჯრების რაოდენობა განსხვავებულია ყოველ სხვა სვეტში შავი უჯრების რაოდენობისაგან.

რამდენი სხვადასხვა გზით არის შესაძლებელი ცხრილის უჯრების შევსება ზემოთ მოყვანილი წესის დაცვით?