მასწავლებლის კომპეტენციის დადასტურება
ტესტი მათემატიკაში (2019 წელი)

პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
დ	გ	დ	გ	გ	დ	ა	დ	ა	ბ	გ	ა	ბ	გ	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
დ	გ	დ	გ	დ	ბ	ა	ბ	ბ	ა	ა	ბ	დ	ა	ბ

ქვემოთ თითოეული დავალებისათვის ნიმუშად წარმოდგენილია ერთ-ერთი **შესაძლო პასუხი, რომლებიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება.**

ამოცანა 31 **10 ქულა**

დაგეგმილი გაქვთ მოსწავლეებთან განიხილოთ თემა „კომბინატორიკის ელემენტები და მათთან დაკავშირებული ამოცანები". ამ თემასთან დაკავშირებით შეასრულეთ შემდეგი დავალებები:

1) მოიყვანეთ გადანაცვლების განმარტება და გადანაცვლებათა რაოდენობის გამოსათვლელი ფორმულა ფაქტორიალების გამოყენებით; (2 ქულა)

2) მოიყვანეთ ჯუფთების განმარტება და ჯუფთებათა რაოდენობის გამოსათვლელი ფორმულა ფაქტორიალების გამოყენებით; (2 ქულა)

3) მოიყვანეთ წყობის განმარტება და წყობათა რაოდენობის გამოსათვლელი ფორმულა ფაქტორიალების გამოყენებით; (2 ქულა)

4) დაამტკიცეთ იგივეობები:

ა) $C_n^m = C_n^{n-m}$;

ბ) $C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$. (2 ქულა)

5) A რიცხვი 20 ცალი ერთმანეთისაგან განსხვავებული მარტივი რიცხვის ნამრავლს წარმოადგენს. რას უდრის A რიცხვის იმ გამყოფების რაოდენობა, რომლებსაც თავის მხრივ ზუსტად 8 ნატუტალური გამყოფი აქვს? ამოხსნა გადმოეცით ნათლად, მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე. (2 ქულა)

პასუხი

1) გადანაცვლება არის $1, 2, \ldots, n$ ნატურალური რიცხვების დალაგება რიცხვების გამეორების გარეშე. გადანაცვლებათა რაოდენობა გამოითვლება ფორმულით $P_n = n!$

2) n-ელემენტიანი სიმრავლის ელემენტებისგან შედგენილ ყოველ m ელემენტიან ქვესიმრავლეს ეწოდება ჯუფთება n-ელემენტისა m-ელემენტად. ჯუფთებათა რაოდენობა გამოთვლება ფორმულით $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$.

3) n-ელემენტიანი სიმრავლის ელემენტებისგან შედგენილ ყოველ m ელემენტიან დალაგებულ ქვესიმრავლეს ეწოდება წყობა n-ელემენტისა m-ელემენტად. წყობათა რაოდენობა გამოითვლება ფორმულით $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$.

4) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n!}{(n-m)!m!} = \frac{n!}{(n-m)!(n-(n-m))!} = C_n^{n-m}$

$$C_n^m + C_n^{m+1} = \frac{n!}{m!(n-m)!} + \frac{n!}{(m+1)!(n-m-1)!} = \frac{n!}{m!(n-m-1)!}\left(\frac{1}{n-m} + \frac{1}{m+1}\right) =$$

$$= \frac{n!}{m!(n-m-1)!} \cdot \frac{n+1}{(n-m)(m+1)} = \frac{(n+1)!}{(m+1)!(n-m)!} = C_{n+1}^{m+1}$$

5) ზუსტად 8 ნატურალურ გამყოფს შეიცავს A რიცხვის მხოლოდ და მხოლოდ ის გამყოფები, რომლებიც 3 განსხვავებული მარტივი რიცხვის ნამრავლს წარმოადგენს. ამიტომ ასეთი გამყოფების რაოდენობა ემთხვევა 20 განსხვავებული მარტივი რიცხვისაგან შედგენილი სიმრავლის 3 ელემენტიანი ქვესიმრავლეების რაოდენობას (კერძოდ, ცარიელ სიმრავლეს შეესაბამება გამყოფი 1). ეს უკანასკნელი რაოდენობა კი ტოლია C_{20}^3 .

პასუხი: C_{20}^3

ამოცანა 32 5 ქულა

წრე რადიუსის ტოლი ქორდით ორ ნაწილად არის გაყოფილი. იპოვეთ უმცირესი ნაწილის ფართობი, თუ უდიდესი ნაწილის ფართობი S -ის ტოლია.

ამოხსნა

თუ წრის რადიუსია r, მაშინ დიდი სექტორის ფართობია $S_{\text{სექ}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}\pi r^2=\frac{5}{6}\pi r^2$. დიდი სეგმენტის ფართობია $S=\frac{5}{6}\pi r^2+\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$. აქედან $r^2=\frac{24S}{20\pi+6\sqrt{3}}$. ამიტომ მცირე სეგმენტის ფართობი ტოლია

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{3}r^2-\frac{\sqrt{3}}{4}r^2=\frac{4\pi-6\sqrt{3}}{24}\cdot\frac{24S}{20\pi+6\sqrt{3}}=\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{10\pi+3\sqrt{3}}S\ .$$

პასუხი: $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{10\pi+3\sqrt{3}}S$.

ამოცანა 33 **7 ქულა**

f ფუნქცია განსაზღვრულია ტოლობით $f(x)=\sqrt{1-2x}$. იპოვეთ f ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე.

იპოვეთ ყველა იმ x წერტილთა სიმრავლე, რომელთათვისაც $f(f(x))$ გამოსახულებას აზრი აქვს. იპოვეთ $f(f(x))$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე.

ამოხსნა

ვიპოვოთ f ფუნქციის განსაზღვრის არე: $1-2x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq \frac{1}{2}$.

f ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა - $\left[0;+\infty\right)$.

$f(f(x))$ გამოსახულებას აზრი აქვს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $f(x)$ ეკუთვნის f ფუნქციის განსაზღვრის არეს, ე.ი. $\sqrt{1-2x}\leq\frac{1}{2}$.

$$\sqrt{1-2x}\leq\frac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\\ 1-2x\leq\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\\ x\geq\frac{3}{8}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[\frac{3}{8};\frac{1}{2}\right].$$

როდესაც $x\in\left[\frac{3}{8};\frac{1}{2}\right]$, $f(x)$ იღებს ყველა მნიშვნელობას $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ სეგმენტიდან და $f(f(x))=\sqrt{1-2f(x)}$ იღებს ყველა მნიშვნელობას $[0;1]$ სეგმენტიდან.

პასუხი: $D(f)=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$; $E(f)=\left[0;+\infty\right)$; $D(f\circ f)=\left[\frac{3}{8};\frac{1}{2}\right]$; $E(f\circ f)=\left[0;1\right]$.