მასწავლებლის კომპეტენციის დადასტურება
ნოემბერი, 2019

შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრი

ტესტი მათემატიკაში

ინსტრუქცია

თქვენ წინაშეა საგამოცდო ტესტის ელექტრონული ბუკლეტი.

ტესტი 33 ამოცანისაგან შედგება.

ოცდამეთერთმეტე ამოცანიდან ოცდამეცამეტე ამოცანის ჩათვლით ყოველი მათგანის ამოხსნა უნდა ჩაწეროთ პასუხების ფურცელში ზუსტად ამ ამოცანებისათვის განკუთვნილ ადგილზე. თქვენს ჩანაწერში მკაფიოდ უნდა ჩანდეს ამოცანის ამოხსნის გზა.

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ნახაზები, რომლებიც ახლავს ზოგიერთ ამოცანას, არაა შესრულებული ამოცანის პირობაში მითითებული ზომების ზუსტი დაცვით. ამიტომ მონაკვეთების სიგრძის ან სხვა სიდიდეების შესახებ დასკვნის გამოტანისას ნუ დაეყრდნობით ნახაზის ზომებს. ყურადღება გაამახვილეთ ამოცანის პირობაზე.

ტესტის მაქსიმალური ქულა - 52.

ტესტის შესასრულებლად გეძლევათ 5 საათი.

გისურვებთ წარმატებას!

ამოცანა 1 **1 ქულა**

თუ $|b-a| = b+a$ და $a>0$, მაშინ

ა) $b=0$ ბ) $b>0$ გ) $b<0$ დ) $b\neq 0$

ამოცანა 2 **1 ქულა**

a და b ნატურალური რიცხვებია და $a>b$. ცნობილია, რომ a რიცხვის 6-ზე გაყოფისას მიიღება 1-ის ტოლი ნაშთი, ხოლო a^2-b^2 -ის 6-ზე გაყოფისას მიიღება 3-ის ტოლი ნაშთი. იპოვეთ სიმრავლე ყველა იმ ნაშთებისა, რომლებიც შესაძლოა მივიღოთ b რიცხვის 6-ზე გაყოფისას.

ა) {2} ბ) {0; 2; 4} გ) {4} დ) {2; 4}

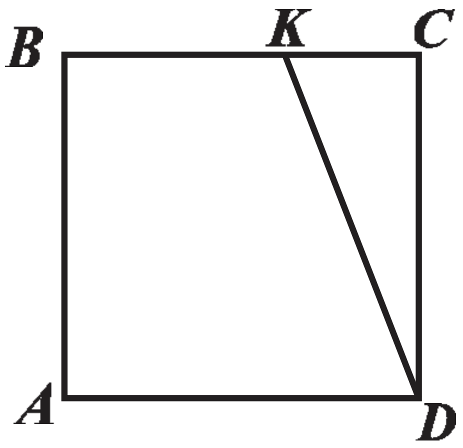
ამოცანა 3 **1 ქულა**

რამდენი მთელი x რიცხვი აკმაყოფილებს უტოლობას $0,01 < 2^x < 100$?

ა) 6 ბ) 7 გ) 12 დ) 13

ამოცანა 4 **1 ქულა**

$ABCD$ კვადრატის BC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ DK მონაკვეთი $ABCD$ კვადრატს ყოფს ორ ფიგურად (იხ. სურათი), რომელთა ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 1:5. იპოვეთ შეფარდება $KC : BK$.



ა) $\frac{1}{5}$ ბ) $\frac{1}{4}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $\frac{2}{5}$

ამოცანა 5 **1 ქულა**

თუ m და n მთელი რიცხვებისთვის $\frac{12^m \cdot 2^{2n-m} \cdot 81}{4^n \cdot 3^m \cdot 81^m}$ გამოსახულება მთელი რიცხვის ტოლია, მაშინ აუცილებლად

ა) $m+n \geq 0$

ბ) $m \in \{0;1\}$

გ) $0 \leq n \leq m$

დ) $m \leq n-1,\ n \geq 0$

ამოცანა 6 **1 ქულა**

იპოვეთ $\log_2(-2x)+\log_2\left(x^2\right)=2$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლე.

ა) $\left\{-\sqrt[3]{2}\right\}$ ბ) $\left\{\sqrt[3]{2}\right\}$ გ) $\{-1\}$ დ) $\varnothing$

ამოცანა 7 **1 ქულა**

ცნობილია, რომ $f(x)=ax^2+bx+c$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $(-\infty;-3]$ ინტერვალი. ქვემოთ ჩამოთვლილი პირობებიდან რომელს აკმაყოფილებს აუცილებლად a, b და c კოეფიციენტები?

ა) $a<0$ და $b^2-4ac<0$

ბ) $a>0$ და $b^2-4ac<0$

გ) $a>-3$ და $b^2-4ac<0$

დ) $a<0$ და $b^2-4ac>0$

ამოცანა 8 **1 ქულა**

რამდენ წერტილში გადაკვეთს ერთმანეთს $y = x^2 - 5x - 3$ და $y = -x^2 + 3x - 7$ ფუნქციათა გრაფიკები?

ა) არც ერთ წერტილში;

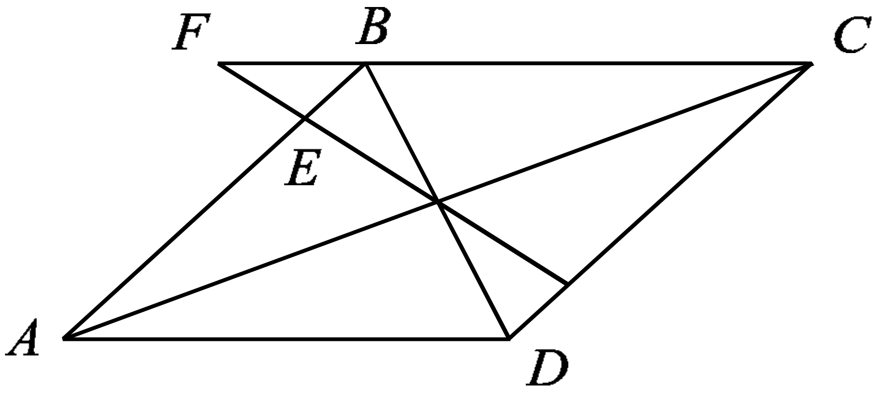
ბ) ერთ წერტილში;

გ) ორ წერტილში;

დ) უსასრულოდ ბევრ წერტილში.

ამოცანა 9 1 ქულა

$ABCD$ რომბის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გამავალი წრფე AB გვერდს კვეთს E წერტილში, ხოლო BC გვერდის გაგრძელებას F წერტილში ისე, როგორც ეს სურათზეა მითითებული. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე, თუ $EB = a$, $BF = b$.



ა) $\frac{2ab}{b+a}$ ბ) $\frac{a(a+b)}{a-b}$ გ) $\frac{b(a+b)}{b-a}$ დ) $\frac{2ab}{b-a}$

ამოცანა 10 **1 ქულა**

ყოველი x და y გამონათქვამისთვის ოპერაცია $x\#y$ განვსაზღვროთ შემდეგი ჭეშმარიტების ცხრილით (სადაც „ჭ“ ნიშნავს „ჭეშმარიტია“, „მ“ – „მცდარია“)

x	y	$x\#y$
მ	მ	ჭ
ჭ	მ	მ
მ	ჭ	მ
ჭ	ჭ	მ

ქვემოთ ჩამოთვლილი ტოლობებიდან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?
ამ ტოლობებში $\neg x$ აღნიშნავს x გამონათქვამის უარყოფას, $x \wedge y$ არის x და y გამონათქვამების კონიუნქცია (ლოგიკური „და“), ხოლო $x \vee y$ - ამ გამონათქვამების დიზიუნქცია (ლოგიკური „ან“).

ა) $x\#y = x \wedge y$ ბ) $x\#y = x \vee y$ გ) $x\#y = \neg(x \wedge y)$ დ) $x\#y = (\neg x) \wedge (\neg y)$

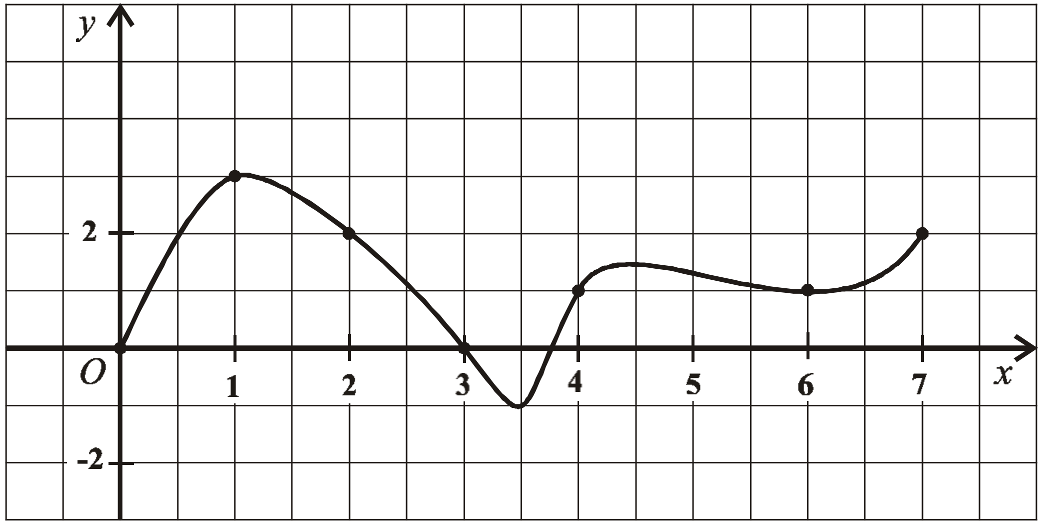
ამოცანა 11 **1 ქულა**

იპოვეთ უდიდესი ნატურალური რიცხვი, რომლის წარმოდგენა ორობით სისტემაში შეიცავს ხუთ ციფრს.

ა) ცხრამეტი; ბ) ოცდარვა; გ) ოცდათერთმეტი; დ) ოცდათორმეტი.

ამოცანა 12 **1 ქულა**

სურათზე მოცემულია $[0;\ 7]$ სეგმენტზე განსაზღვრული $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი.



სურათზე მითითებული მონაცემების გამოყენებით გამოთვალეთ $f(f(1)) \cdot f(5)$.

ა) 1 ბ) 1,5 გ) 0 დ) 5

ამოცანა 13 **1 ქულა**

ტბაში გარკვეული ნივთიერების $M = M(t)$ მასა t დროის მიმართ ექსპონენციალურად კლებადია (ე. ი. $M(t) = a \cdot e^{-kt}$, $a > 0, k > 0$). დაკვირვების დაწყებიდან 12 საათში ნივთიერების მასა 50%-ით შემცირდა. რამდენი პროცენტით შემცირდება ამ ნივთიერების მასა დაკვირვების დაწყებიდან 36 საათში?

ა) 74% ბ) 83% გ) 87,5% დ) 150%

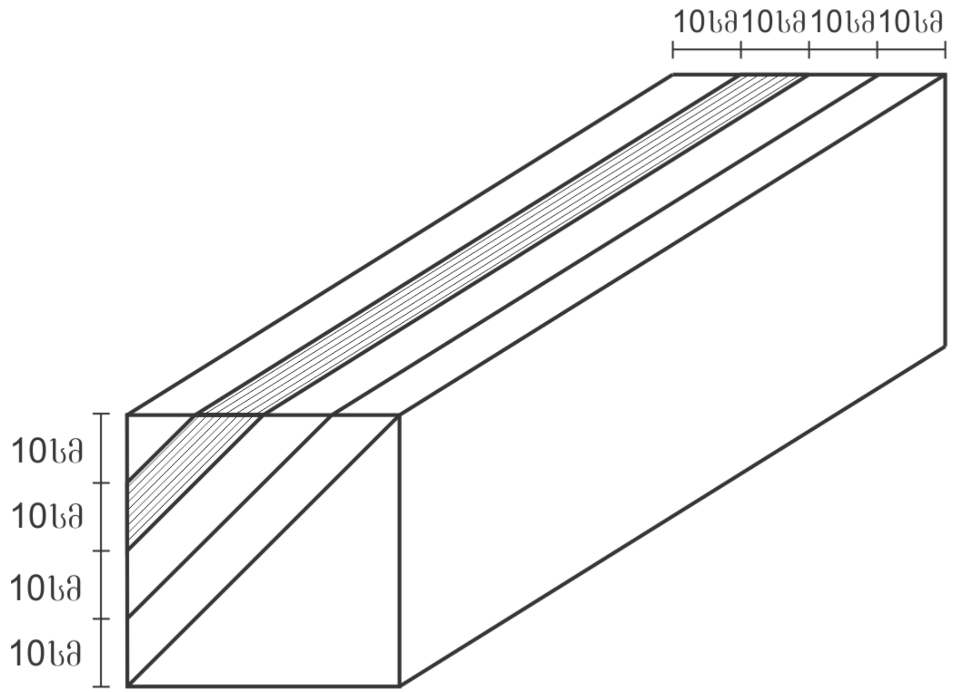
ამოცანა 14 **1 ქულა**

უსასრულოდ კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის მეორე წევრი ტოლია -3 -ის, ხოლო ჯამი ტოლია 4-ის. იპოვეთ ამ პროგრესიის მნიშვნელი.

ა) $-\frac{1}{2}$ ბ) $-\frac{3}{4}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $-\frac{2}{3}$

ამოცანა 15 **1 ქულა**

1,6მ³ მოცულობის მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის მქონე ხის მორი დახერხეს ოთხი ერთმანეთის პარალელური სიბრტყის გასწვრივ და მიიღეს 5 მართი პრიზმა (იხ. სურათი). სურათზე ერთ-ერთი პრიზმა გაფერადებულია. გამოთვალეთ მისი მოცულობა სურათზე მითითებული მონაცემების გამოყენებით.



ა) 0,1 მ³ ბ) 0,15 მ³ გ) 0,18 მ³ დ) 0,2 მ³

ამოცანა 16 1 ქულა

A და B დამოუკიდებელი ხდომილობების ალბათობებია $P(A)=0,4$ და $P(B)=0,8$. იპოვეთ $A \cup B$ ხდომილობის ალბათობა.

ა) 1,2 ბ) 0,88 გ) 0,68 დ) 0,32

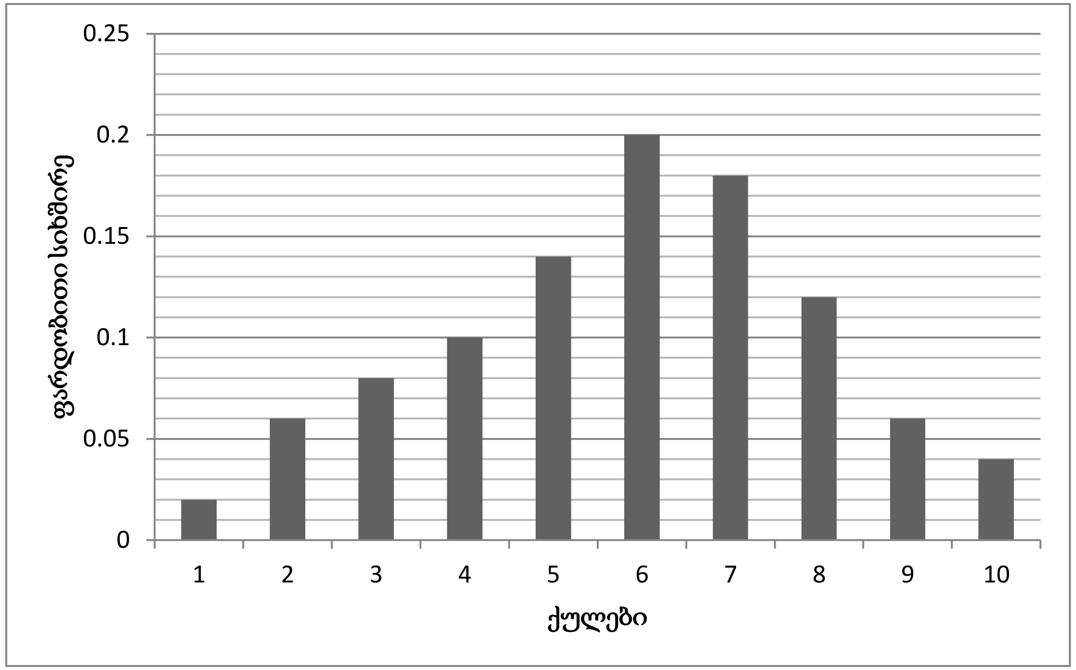
ამოცანა 17 **1 ქულა**

რამდენი ამონახსნი აქვს $\left(2^{\sin x}\right)^{\sin x} \cdot \left(2^{\cos x}\right)^{\cos x} = 2$ განტოლებას $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ შუალედში?

ა) არც ერთი; ბ) ერთი; გ) ორი; დ) უსასრულოდ ბევრი.

ამოცანა 18 1 ქულა

მათემატიკის სასკოლო გამოცდაზე თითოეული მოსწავლის მიერ შესრულებული დავალება ფასდებოდა ნატურალური რიცხვებით 1-დან 10 ქულამდე ჩათვლით. დიაგრამაზე მოყვანილია ამ გამოცდაზე მოსწავლეების მიერ მიღებული ქულების ფარდობითი სიხშირეები. რამდენმა მოსწავლემ მიიღო 8 ქულაზე <u>**მეტი**</u> შეფასება, თუ სასკოლო გამოცდაში მონაწილეობდა 200 მოსწავლე?



ა) 8 ბ) 22 გ) 44 დ) 20

ამოცანა 19 **1 ქულა**

მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია ექვსი წერტილი $A(1;1)$, $B(1;5)$, $C(3;5)$, $E(6;1)$, $F(4;1)$ და $G(4;2)$. ქვემოთ ჩამოთვლილი რომელი გეომეტრიული გარდაქმნების მიმდევრობითი შესრულებით არის შესაძლებელი ABC სამკუთხედიდან EFG სამკუთხედის მიღება?

ა) კოორდინატთა სათავის მიმართ სიმეტრიითა და მობრუნებით;

ბ) მობრუნებითა და პარალელური გადატანით;

გ) პარალელური გადატანითა და ჰომოთეტიით;

დ) ჰომოთეტიითა და მობრუნებით.

ამოცანა 20 **1 ქულა**

თუ არანულოვანი $\vec{c}$ ვექტორი წარმოადგენს, ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორის ვექტორულ ნამრავლს, $\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}$, მაშინ $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{b}\times\vec{a})=$

ა) $|\vec{a}|+|\vec{b}|$ ბ) $-|\vec{c}|$ გ) 0 დ) $|\vec{c}|$

ამოცანა 21 **1 ქულა**

$f(x)=\dfrac{100}{0,25+2e^{-0,1x}}$ ფუნქცია განსაზღვრულია $[0;+\infty)$ ინტერვალზე. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი გამონათქვამია ჭეშმარიტი?

ა) f ფუნქცია ზრდადი და შემოსაზღვრულია;

ბ) f ფუნქცია ზრდადი და შემოუსაზღვრელია;

გ) f ფუნქცია კლებადი და შემოსაზღვრულია;

დ) f ფუნქცია კლებადი და შემოუსაზღვრელია.

ამოცანა 22 **1 ქულა**

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეში $2x+7y+1=0$ განტოლებით მოცემული წრფე მისი ორდინატთა ღერძთან გადაკვეთის წერტილის გარშემო მობრუნდა $90°$-იანი კუთხით. იპოვეთ მიღებული წრფის განტოლება.

ა) $49x+14y+2=0$ ბ) $49x-14y-2=0$ გ) $7x-2y-5=0$ დ) $7x+2y+1=0$

ამოცანა 23 **1 ქულა**

იპოვეთ $f(x)=\dfrac{2-\sin^2 x}{2-\cos^2 x}$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა.

ა) -1 ბ) $\dfrac{1}{2}$ გ) 1 დ) 2

ამოცანა 24 1 ქულა

$f(z)=\bar{z}$ ასახვა ($\bar{z}$ აღნიშნავს z რიცხვის კომპლექსურად შეუღლებულ რიცხვს) კომპლექსურ რიცხვთა სიბრტყეზე განსაზღვრავს:

ა) ღერძულ სიმეტრიას;

ბ) ცენტრულ სიმეტრიას კოორდინატთა სათავის მიმართ;

გ) მობრუნებას ცენტრით კოორდინატთა სათავეში;

დ) პარალელურ გადატანას.

ამოცანა 25 **1 ქულა**

$f:[3;+\infty)\to[0;+\infty)$ ფუნქცია განსაზღვრულია ტოლობით $f(x)=\sqrt{x-3}$. იპოვეთ f ფუნქციის შექცეული ფუნქცია.

ა) $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}},\ x\in(3;+\infty);$

ბ) $f^{-1}(x)=-\sqrt{x+3},\ x\in[0;+\infty);$

გ) $f^{-1}(x)=x^2+3,\ x\in[0;+\infty);$

დ) f ფუნქციას არ გააჩნია შექცეული.

ამოცანა 26 **1 ქულა**

ცნობილია, რომ $f(x)=3x^3-4x^2+ax-14$ მრავალწევრი უნაშთოდ იყოფა $g(x)=x-2$ მრავალწევრზე. იპოვეთ a პარამეტრის მნიშვნელობა.

ა) 2 ბ) 7 გ) 3 დ) 12

ამოცანა 27 **1 ქულა**

X შემთხვევითი სიდიდის განაწილების კანონი მოიცემა ცხრილით:

x	1	2	3	4	5
$p(X=x)$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

იპოვეთ ამ შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი.

ა) 1 ბ) $3,2$ გ) $\frac{7}{3}$ დ) $0,64$

ამოცანა 28 **1 ქულა**

$(3;7)$ წერტილი მდებარეობს დადებით ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკზე. იპოვეთ $f(1)$, თუ ცნობილია, რომ $f'(x)=2x+\dfrac{15}{x^2}$, $x\in(0;+\infty)$.

ა) 3

ბ) -11

გ) -4

დ) 10

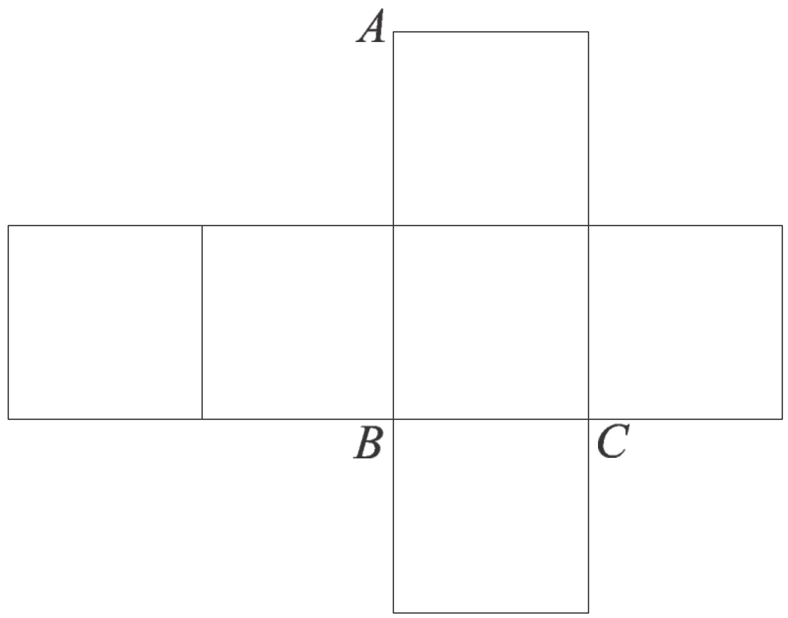
ამოცანა 29 1 ქულა

იპოვეთ b და c პარამეტრების ჯამი, თუ ცნობილია, რომ $R(x)=\dfrac{x^3+bx^2+cx}{x-1}$ ფუნქციას არ გააჩნია ვერტიკალური ასიმპტოტა.

ა) -1
ბ) -4
გ) 4
დ) b და c პარამეტრების ჯამის პოვნა შეუძლებელია.

ამოცანა 30 **1 ქულა**

კუბის A, B და C წვეროები გამოსახულია ამ კუბის შლილზე (იხ. სურათი). იპოვეთ კუბში BAC კუთხის სიდიდე.



ა) $30°$ ბ) $45°$ გ) $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ დ) $\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}$

ამოცანა 31 **10 ქულა**

1) განსაზღვრეთ ვექტორების სკალარული ნამრავლი ვექტორების სიგრძის (მოდულების) და მათ შორის მდებარე კუთხის საშუალებით. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებისთვის

$$|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|.$$

(2 ქულა)

2) დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებისთვის და ნებისმიერი ნამდვილი m რიცხვისთვის

$$\left(m\vec{a}\right)\cdot\vec{b} = m\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right).$$

(2 ქულა)

3) დაამტკიცეთ, რომ თუ საკოორდინატო სიბრტყეზე მდებარე $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები ჩაწერილია კოორდინატებით: $\vec{a}=(a_1,a_2)$, $\vec{b}=(b_1,b_2)$, მაშინ

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2.$$

(2 ქულა)

4) დაამტკიცეთ, რომ ერთ სიბრტყეზე მდებარე ნებისმიერი $\vec{a}, \vec{b}$ და $\vec{c}$ ვექტორებისთვის

$$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}+\vec{c}\right) = \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c}\,.$$

(2 ქულა)

5) სკალარული ნამრავლის გამოყენებით დაამტკიცეთ პითაგორას თეორემა. (2 ქულა)

ამოცანა 32 **5 ქულა**

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სიბრტყეზე გრაფიკულად გამოსახეთ

$$\left(x^2+4x-y-5\right)\left(2x-y+3\right)\leq 0$$

უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

ამოცანა 33 **7 ქულა**

g ფუნქცია განსაზღვრულია ტოლობით $g(x)=\dfrac{3x-1}{2x+9}$, სადაც x ნამდვილი რიცხვია.

1) იპოვეთ g ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე. პასუხი წარმოადგინეთ მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე. (3 ქულა)

2) იპოვეთ $f(x)=g(g(x))$ ტოლობით განსაზღვრული f ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე. პასუხი წარმოადგინეთ მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე. (4 ქულა)