



ტესტი მათემატიკაში

2016 იანვარი

ინსტრუქცია

ტესტი 36 ამოცანისაგან შედგება. თითოეული ამოცანის რიგითი ნომრის გასწვრივ მითითებულია მაქსიმალური ქულა, რომელსაც ამ ამოცანის სწორად ამოხსნის შემთხვევაში დაიმსახურებთ.

პირველიდან ოცდამეთორმეტე ამოცანის ჩათვლით ყოველი ამოცანის პირობას თან ახლავს 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთია სწორი. ეს ამოცანები ფასდება 1 ან 0 ქულით.

თქვენ დაგირიგდათ ტესტურ დავალებათა რვეული და პასუხების ფურცელი. ტესტურ დავალებათა რვეულში მოცემულია ამოცანათა პირობები და დატოვებულია თავისუფალი ადგილი შავი სამუშაოსათვის, რომელიც თქვენი შეხედულებისამებრ შეგიძლიათ გამოიყენოთ. **გაითვალისწინეთ, ნამუშევრის ეს ნაწილი არ მონშდება. თქვენი ნაშრომი შეფასდება მხოლოდ პასუხების ფურცლის მიხედვით.**

სწორი პასუხები და ამოხსნები უნდა გადაიტანოთ პასუხების ფურცელში. პირველიდან ოცდამეთორმეტე ამოცანის ჩათვლით სწორი პასუხები უნდა მონიშნოთ პასუხების ფურცელში ისე, როგორც ეს პირველი ამოცანისათვის არის ნაჩვენები. თუ თქვენ შეცდომით მონიშნეთ პასუხი, უფლება გექვსთ გამოასწოროთ თქვენი შეცდომა. ამისათვის სრულად უნდა გააფერადოთ აღნიშნული უჯრა ისე, როგორც ეს მესამე ამოცანისათვის არის ნაჩვენები და შემდეგ მონიშნოთ ამ ამოცანის სწორი პასუხის თქვენთვის სასურველი ვარიანტი.

	1	2	3	4	5
ა	☐	☐	☐	☐	☐
ბ	☐	☐	☒	☐	☐
გ	☒	☐	☐	☐	☐
დ	☐	☐	☒	☐	☐

პასუხების ფურცელზე ეს ნაწილი აუცილებლად უნდა შეავსოთ იმ კალმით, რომელიც თქვენ გამოცდაზე მოგცეს.

ოცდამეცამეტე ამოცანიდან ოცდამეთექვსმეტე ამოცანის ჩათვლით ყოველი მათგანის პასუხი უნდა ჩაწეროთ პასუხების ფურცელში ზუსტად ამ ამოცანებისათვის განკუთვნილ ადგილზე. პასუხი უნდა ჩაწეროთ მკაფიოდ და ნათლად, მოსწავლისათვის გასაგებ ენაზე.

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ნახაზები, რომლებიც ახლავს ზოგიერთ ამოცანას, არაა შესრულებული ამოცანის პირობაში მითითებული ზომების ზუსტი დაცვით. ამიტომ მონაკვეთების სიგრძის ან სხვა სიდიდეების შესახებ დასკვნის გამოტანისას ნუ დაეყრდნობით ნახაზის ზომებს. ყურადღება გაამახვილეთ ამოცანის პირობაზე.

ტესტის შესასრულებლად გექვსთ 5 საათი

გისურვებთ წარმატებას !

ამოცანა 1**1 ქულა**

რა ნაშთს მოგვცემს ნატურალური n რიცხვი 6-ზე გაყოფისას, თუ $\frac{n}{3}$ კენტი რიცხვია?

- ა) 4 ბ) 3 გ) 2 დ) 1

ამოცანა 2**1 ქულა**

მას შემდეგ, რაც მართკუთხედის სიგრძე 20%-ით, ხოლო სიგანე 60%-ით გაადიდეს, მისი პერიმეტრი 28%-ით გაიზარდა. იპოვეთ რამდენჯერ მეტი იყო თავდაპირველი მართკუთხედის სიგრძე მის სიგანეზე.

- ა) 1,2-ჯერ ბ) 1,8-ჯერ გ) 2-ჯერ დ) 4-ჯერ

ამოცანა 3**1 ქულა**

იპოვეთ ოთხი წევრისგან შედგენილი გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი, თუ ამ პროგრესიის პირველი სამი წევრის ჯამი ტოლია 29-ის, ხოლო ბოლო სამი წევრის ჯამი -58-ის ტოლია.

- ა) -2 ბ) 3 გ) -3 დ) -4

ამოცანა 4**1 ქულა**

სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები განსხვავებული მთელი რიცხვებია. რა უმცირესი პერიმეტრი შეიძლება ჰქონდეს ასეთ სამკუთხედს?

ა) 6

ბ) 7

გ) 10

დ) 9

ამოცანა 5**1 ქულა**

რიცხვი ასოცდაათი ორობით სისტემაში გამოსახება როგორც

ა) 10000100

ბ) 10000010

გ) 10001010

დ) 10000101

ამოცანა 6**1 ქულა**

იპოვეთ $\frac{3}{x} < \frac{1}{a}$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე, თუ a პარამეტრი უარყოფითია.

ა) $(-3a, +\infty)$ ბ) $(3a, 0)$ გ) $(-\infty, 3a)$ დ) $(3a, +\infty)$

რადიანებით მოცემული მცირე α კუთხისთვის $\cos \alpha$ მიახლოებით გამოითვლება შემდეგი ფორმულით: $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$.

ამ ფორმულის დახმარებით გამოთვალეთ $\cos 18^\circ$ და დაამრგვალეთ პასუხი მეასედებამდე.

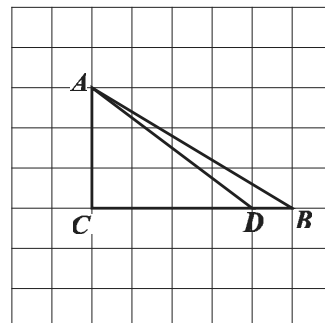
ა) 0,9

ბ) 0,92

გ) 0,95

დ) 0,97

მოცემულ ნახაზზე დაყრდნობით გამოარკვეით, რომელი მონაკვეთის სიგრძე გამოისახება უსასრულო არაპერიოდული ათწილადის სახით. ნახაზზე თითოეული უჯრა წარმოადგენს კვადრატს, რომლის გვერდი 1-ის ტოლია, ხოლო A, B, C და D წერტილები უჯრების წვეროებში მდებარეობს.



ა) CB

ბ) AC

გ) AD

დ) AB

ამოცანა 9**1 ქულა**

ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალის სიგრძეა 10სმ , ხოლო ცილინდრის ფუძის ფართობია $16\pi\text{ სმ}^2$. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) $48\pi\text{ სმ}^2$

ბ) $160\pi\text{ სმ}^2$

გ) $80\pi\text{ სმ}^2$

დ) $24\pi\text{ სმ}^2$

ამოცანა 10**1 ქულა**

a_n რიცხვი n -კუთხა პრიზმის ყველა წვეროს, ყველა წიბოსა და ყველა წახნაგის რაოდენობების ჯამის ტოლია. ქვემოთ ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელი წარმოადგენს $(a_n)_{n \geq 3}$ მიმდევრობის წევრს?

ა) 240

ბ) 248

გ) 256

დ) 262

ამოცანა 11**1 ქულა**

წრფე გადის $(3; -2)$ და $(-4; 7)$ წერტილებზე. იპოვეთ ამ წრფის მართობული წრფის განტოლება, რომელიც გადის $(1; -1)$ წერტილზე.

ა) $y = \frac{7}{9}x - \frac{16}{9}$;

ბ) $y = x - 2$;

გ) $y = \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}$;

დ) $y = \frac{8}{9}x - \frac{17}{9}$.

ამოცანა 12**1 ქულა**

$$\cos 75^\circ =$$

ა) $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

ბ) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

გ) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$

დ) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

მეორე მუშამ პირველი მუშის მიერ შესრულებული სამუშაოს $\frac{3}{4}$ ნაწილი შეასრულა, ხოლო მესამე მუშამ - მეორე მუშის მიერ შესრულებული სამუშაოს $\frac{3}{5}$ ნაწილი. პირველი და მესამე მუშის მიერ ერთობლივად შესრულებული სამუშაოს რა ნაწილი შეასრულა მეორე მუშამ?

ა) $\frac{5}{8}$

ბ) $\frac{9}{20}$

გ) $\frac{7}{15}$

დ) $\frac{15}{29}$

კუბსა და სფეროს ტოლი ზედაპირის ფართობი აქვს. იპოვეთ კუბის მოცულობის შეფარდება სფეროს მოცულობასთან.

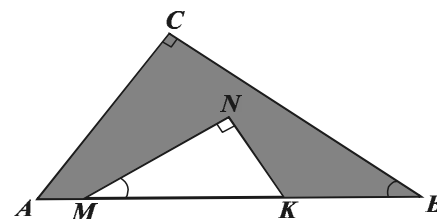
ა) $\sqrt{\frac{\pi}{6}}$

ბ) $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$

გ) $\frac{\sqrt{2\pi}}{6}$

დ) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$

ABC მართკუთხა სამკუთხედში AC და CB კათეტები შესაბამისად ტოლია 3სმ და 4სმ-ის, ხოლო MNK მართკუთხა სამკუთხედის MK ჰიპოტენუზა ტოლია 2სმ-ის. სურათზე დაყრდნობით გამოთვალეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ ცნობილია, რომ $\angle CBA = \angle NMK$.



ა) $\frac{24}{25} \text{ სმ}^2$

ბ) $\frac{12}{5} \text{ სმ}^2$

გ) $\frac{126}{25} \text{ სმ}^2$

დ) 4 სმ^2

ყუთში არის სხვადასხვა ფერის შვიდი წყვილი წინდა. ყუთიდან ამოიღეს ექვსი წინდა. აღმოჩნდა, რომ ექვსივე წინდა არის სხვადასხვა ფერის. რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით ამოღებულ მეშვიდე წინდას ექნება უკვე ამოღებული ექვსისაგან განსხვავებული ფერი?

ა) $\frac{1}{14}$

ბ) $\frac{1}{7}$

გ) $\frac{1}{8}$

დ) $\frac{1}{4}$

ამოცანა 17

1 ქულა

იპოვეთ $\frac{2|a|^3 + a^3}{|a^3| - a^3} = 0,5$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლე.

ა) $(0; +\infty)$

ბ) $\emptyset$

გ) $(-\infty; +\infty)$

დ) $(-\infty; 0)$

ამოცანა 18

1 ქულა

მონაცემები შედგებოდა ხუთი რიცხვისგან. მას შემდეგ რაც მათ მეექვსე მონაცემად რიცხვი 4 დაემატა, მონაცემების საშუალო ერთით გაიზარდა. იპოვეთ თავდაპირველი ხუთი რიცხვისგან შემდგარი მონაცემების საშუალო.

ა) -2

ბ) $-\frac{3}{4}$

გ) 2

დ) $\frac{1}{6}$

ამოცანა 19

1 ქულა

თუ $ABCDEF$ წესიერი ექვსკუთხედი, მაშინ $\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DE}} =$

ა) $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

ბ) $\frac{1}{2}$

გ) -1

დ) $\sqrt{3}$

ქვემოთ მოცემული წერტილებიდან რომელი წარმოადგენს $y = 3\sqrt{x}$ ფუნქციისა და მისი შექცეული ფუნქციის გრაფიკების გადაკვეთის წერტილს?

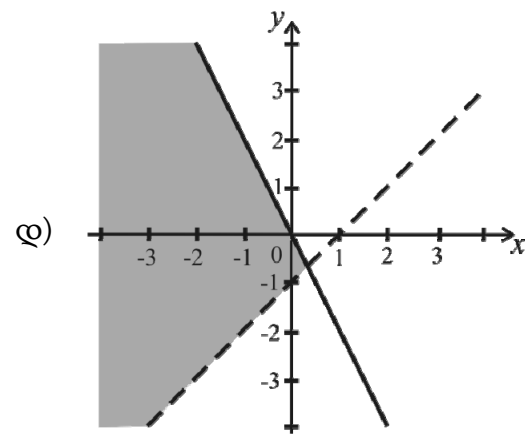
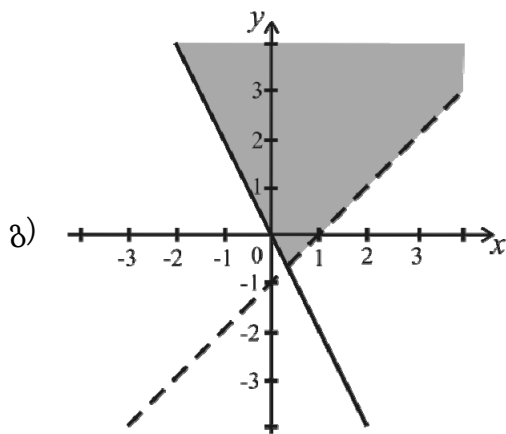
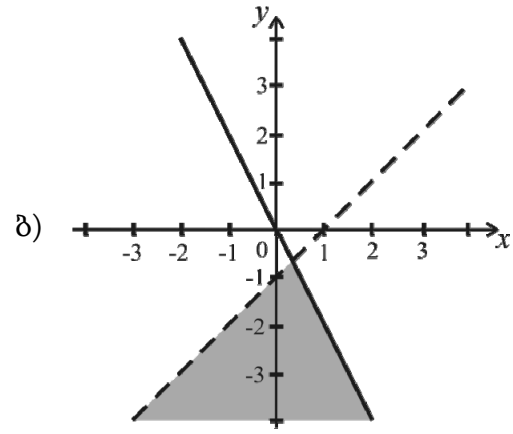
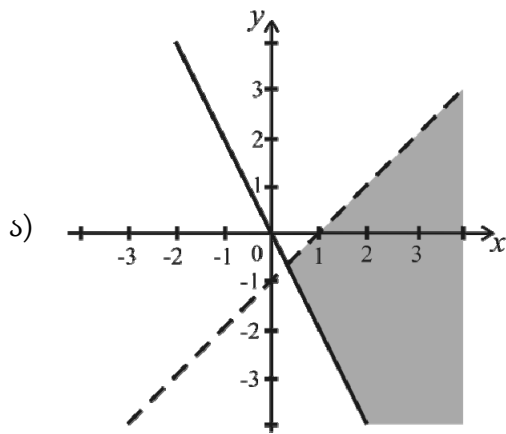
- ა) $(1; 3)$ ბ) $(9; 9)$ გ) $(3; 3\sqrt{3})$ დ) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; 1\right)$

f ფუნქცია განსაზღვრულია ნამდვილ რიცხვთა ღერძზე. ცნობილია, რომ $f(x) = 0$ განტოლებას გააჩნია ხუთი ფესვი, რომელთაგან სამი დადებითია, ხოლო ორი უარყოფითი. სულ რამდენი ფესვი გააჩნია $f(|x|) = 0$ განტოლებას?

- ა) 3 ბ) 5 გ) 6 დ) 8

ქვემოთ ჩამოთვლილი ნახაზებიდან რომელზეა სქემატურად გამოსახული $\begin{cases} 2x + y \geq 0, \\ x - y < 1. \end{cases}$

უტოლობათა სისტემის ამონახსნთა სიმრავლე?



ამოცანა 23**1 ქულა**

m , n და k ნატურალური რიცხვებია. სულ რამდენი გამყოფი აქვს $3^m \cdot 5^n \cdot 7^k$ რიცხვს?

- ა) $2 \cdot (m + n + k + 1)$;
ბ) $(m + 1) \cdot (n + 1) \cdot (k + 1)$;
გ) $m \cdot n \cdot k$;
დ) $m \cdot n \cdot k + 1$.

ამოცანა 24**1 ქულა**

ქვემოთ ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომელი არ არის კუბური ფესვი i -დან?

- ა) $\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ ბ) $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$ გ) $\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}$ დ) $\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$

ამოცანა 25**1 ქულა**

იპოვეთ $f(x) = (\sqrt{5})^{2-x^2+4x}$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა.

- ა) 5 ბ) 25 გ) 125 დ) უდიდესი მნიშვნელობა
არ არსებობს

ABC სამკუთხედის A წვეროზე და სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრზე გამავალი წრფე BC გვერდს K წერტილში კვეთს. იპოვეთ AC , თუ $AB = 6$, $BK = 5$, $KC = 3$.

ა) $\frac{4}{3}$

ბ) 2,5

გ) $\frac{11}{3}$

დ) 3,6

რიცხვი c წარმოადგენს $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ რიცხვითი მიმდევრობის ზღვარს, თუ

- ა) ყოველი ε დადებითი რიცხვისთვის არსებობს ისეთი N ნატურალური რიცხვი, რომ ყოველი N -ზე მეტი ნატურალური n რიცხვისთვის $|a_n - c| < \varepsilon$;
- ბ) არსებობს ε დადებითი რიცხვი ისეთი, რომ ყოველი N ნატურალური რიცხვისთვის მოიძებნება N -ზე მეტი ნატურალური n რიცხვი ისეთი, რომ $|a_n - c| \geq \varepsilon$;
- გ) ყოველი ε დადებითი რიცხვისთვის არსებობს ისეთი N ნატურალური რიცხვი, რომ ყოველი N -ზე მეტი ნატურალური n რიცხვისთვის $|a_n - c| \geq \varepsilon$;
- დ) არსებობს ε დადებითი რიცხვი ისეთი, რომ ყოველი N ნატურალური რიცხვისთვის მოიძებნება N -ზე მეტი ნატურალური n რიცხვი ისეთი, რომ $|a_n - c| < \varepsilon$.

Oxy მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია $A(-1; 0)$ და $B(3; 0)$ წერტილები. რა ფიგურას ქმნის ყველა იმ $C(x, y)$ წერტილთა სიმრავლე, რომლებიც აკმაყოფილებს ტოლობას $BC = 3 \cdot AC$?

- ა) ელიფსს, ფოკუსებით A და B წერტილებში;
- ბ) წრეს, რომელიც AB მონაკვეთს ყოფს $1:3$ შეფარდებით A წერტილის მხრიდან;
- გ) წრეწირს, რომლის ცენტრია $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ წერტილში და რადიუსია $\frac{1}{2}$;
- დ) წრეწირს, რომლის ცენტრია $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ წერტილში და რადიუსია $\frac{3}{2}$.

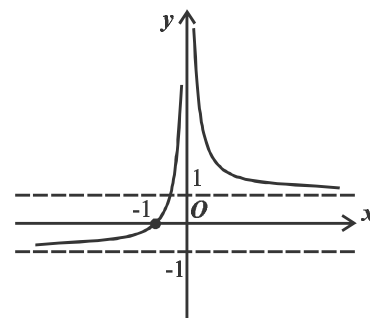
ქვემოთ მოცემული ცხრილით ოთხელემენტიან $\{a, b, c, d\}$ სიმრავლეში განსაზღვრულია $\#$ ოპერაცია. ცხრილის p სტრიქონისა და q სვეტის გადაკვეთაზე მოთავსებულია $p \# q$ ელემენტი.

#	a	b	c	d
a	a	d	b	c
b	d	b	c	a
c	c	a	d	b
d	b	c	a	d

იპოვეთ ამ სიმრავლეში ისეთი x , რომ $(b \# x) \# d = a \# c$.

- ა) a ბ) b გ) c დ) d

ქვემოთ ჩამოთვლილი ფუნქციებიდან რომლის გრაფიკი შეიძლება იყოს გამოსახული სურათზე (წყვეტილი ხაზები აღნიშნავს ჰორიზონტალურ ასიმპტოტებს)?



- ა) $f(x) = \frac{x+1}{|x|}$;
 ბ) $f(x) = x + \frac{1}{|x|}$;
 გ) $f(x) = x - \frac{1}{|x|}$;
 დ) $f(x) = \frac{x+1}{|x|-1}$.

გამოთვალეთ $\int_1^2 f'(x)dx$, თუ $f(x) = \frac{2^x}{x}$.

ა) 0

ბ) $\frac{1}{2}$

გ) $\frac{\ln 2}{2}$

დ) $\frac{2\ln 2 - 1}{4}$

კუბის დიაგონალის მიერ წახნაგთან შედგენილი კუთხის კოსინუსი ტოლია

ა) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ბ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

გ) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

დ) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

დაამტკიცეთ თეორემა: ამოზნექილ ოთხკუთხედზე წრეწირის შემოხაზვა შეიძლება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც მისი ორი მოპირდაპირე კუთხის ჯამი 180° -ია.

თქვენ გაკვეთილზე ახსენით თემა „ოპერაციები ხდომილობებზე. ორი ხდომილობის ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულა“.

გაკვეთილის ბოლოს მოსწავლეებს მიეცით ამოცანა: “იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ კამათლის ორჯერ გაგორების შედეგად ერთხელ მაინც მოვა სამიანი“.

ნიკამ ეს ამოცანა შემდეგნაირად ამოხსნა: „ A -თი აღვნიშნოთ იმის ხდომილობა, რომ კამათლის პირველი გაგორების დროს მოვა 3-იანი, ხოლო B -თი აღვნიშნოთ იმის ხდომილობა, რომ კამათლის მეორე გაგორების დროს მოვა 3-იანი. მაშინ $p(A) = p(B) = \frac{1}{6}$

და $A + B$ წარმოადგენს იმის ხდომილობას, რომ კამათლის ორჯერ გაგორებისას ერთხელ მაინც მოვა სამიანი. რადგან A და B დამოუკიდებელი ხდომილობებია, ამიტომ

$$p(A + B) = p(A) + p(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \text{ პასუხი: } \frac{1}{3} .“$$

თქვენი დავალება:

- 1) გაახსენოთ მოსწავლეებს შემდეგი ცნებები: ორი ხდომილების ჯამი და ნამრავლი, დამოუკიდებელი და არათავსებადი ხდომილობები. ორი ხდომილობის ჯამის ალბათობა. (4 ქულა)
- 2) მიუთითოთ, რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა ნიკამ ამოხსნაში. შეასწორეთ ნიკას შეცდომა/შეცდომები და ამოხსნა მიიყვანეთ ბოლომდე. მსჯელობა აწარმოეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე. (3 ქულა)

თქვენ გაკვეთილზე ახსენით თემა „ჰომოთეტიის გარდაქმნა სიბრტყეზე“.

გაკვეთილის ბოლოს გადაწყვეტეთ მოსწავლეებს დაანახოთ კავშირი ორი ფიგურის მსგავსებასა და ჰომოთეტიურობას შორის.

თქვენი დავალებაა:

- 1) შეახსენოთ მოსწავლეებს შემდეგი მასალა: ორი ფიგურის მსგავსების ცნება, ჰომოთეტიის ცნება, ორი ფიგურის ჰომოთეტიურობა. (3 ქულა)
- 2) აუხსნათ მოსწავლეებს, თუ რას წარმოადგენს a წრფისა და მისი ჰომოთეტიური ფიგურის საერთო წერტილთა სიმრავლე. პასუხთან ერთად საილუსტრაციოდ მოიყვანეთ შესაბამისი ნახაზი/ნახაზები. (2 ქულა)
- 3) კლასში თქვენ დაამტკიცეთ დებულება „თუ ორი ფიგურა ჰომოთეტიურია, მაშინ ეს ფიგურები მსგავსია“. ერთ-ერთმა მოსწავლემ დასვა კითხვა: სამართლიანია თუ არა შებრუნებული დებულება? ჩამოაყალიბეთ ეს შებრუნებული დებულება და გაეცით მოსწავლეს დასაბუთებული პასუხი. (3 ქულა)

თქვენი ამოცანაა კლასს აუხსნათ ლოგარითმის ცნება და მისი თვისებები. შეასრულეთ შემდეგი დავალებები:

1) განმარტეთ რიცხვის ლოგარითმი, მაჩვენებლიანი ფუნქციის თვისებებზე დაყრდნობით დაასაბუთეთ ლოგარითმის არსებობა და ერთადერთობა. ჩამოაყალიბეთ და დაასაბუთეთ ნამრავლის, ფარდობისა და ხარისხის ლოგარითმის თვისებები. (5 ქულა)

2) დამტკიცეთ: თუ $a, b \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$, $c \in (0; +\infty)$, მაშინ

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c.$$

(დამტკიცებისას არ გამოიყენოთ ლოგარითმის ფუძის შეცვლის ფორმულა, რადგან ის ზემოთ მოყვანილი ტოლობის საშუალებით მტკიცდება). (1 ქულა)

3) გაკვეთილის მსვლელობაში თქვენ კლასს აჩვენეთ ათობითი ლოგარითმების ცხრილი, რომელიც გამოიყენება ლოგარითმების მნიშვნელობების მიახლოებით გამოსათვლელად. ცხრილის დათვალიერებისას ერთმა მოსწავლემ შენიშნა, რომ მასში მოცემულია მხოლოდ ერთიდან ათამდე რიცხვების ლოგარითმები. მან იკითხა, შესაძლებელია თუ არა ამ ცხრილის საშუალებით ერთზე ნაკლები ან ათზე მეტი რიცხვის ათობითი ლოგარითმის გამოთვლა. მაგალითად, როგორ გამოითვლება $\frac{1}{4}$ -ის და 201-ის ლოგარითმი 10-ის ფუძით? გაეცით დასაბუთებული პასუხი მოსწავლის შეკითხვას. (2 ქულა)

