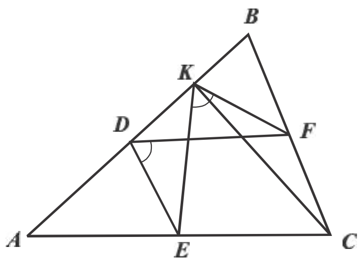
მათემატიკაში პედაგოგთა სასერტიფიკაციო ტესტის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
გ	გ	დ	ა	ა	ა	გ	ა	ბ	დ	ა	დ	დ	ბ	ა	ბ

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
გ	ბ	დ	გ	ა	გ	გ	ბ	ბ	ბ	დ	დ	ბ	დ	გ	ა

ამოცანა 33 **4 ქულა**

D, F და E წერტილები წარმოადგენენ ABC სამკუთხედის AB, BC და AC გვერდების შუაწერტილებს (იხ. სურათი). K წერტილი წარმოადგენს AB გვერდზე დაშვებული CK სიმაღლის ფუძეს. დაამტკიცეთ, რომ $\angle EDF = \angle FKE$.



პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

სამკუთხედის შუახაზის თვისების თანახმად $DE = \dfrac{BC}{2} = FC$. ანალოგიურად, $DF = \dfrac{AC}{2} = EC$. ე.ი. $EDFC$ პარალელოგრამია. მაშასადამე, $\angle EDF = \angle ECF$.

KF წარმოადგენს CKB მართკუთხა სამკუთხედის მედიანას, ამიტომ $KF = \dfrac{BC}{2} = BF = FC$. $\triangle KFC$ ტოლფერდაა, ამიტომ $\angle FKC = \angle FCK$.

ანალოგიურად, KE წარმოადგენს AKC მართკუთხა სამკუთხედის მედიანას, ამიტომ $KE = \dfrac{AC}{2} = EC$. $\triangle KEC$ ტოლფერდაა, ამიტომ $\angle EKC = \angle ECK$.

$\angle FKC = \angle FCK$ და $\angle EKC = \angle ECK$ ტოლობებიდან დავასკვნით $\angle FKE = \angle ECF = \angle EDF$.

ამოცანა 34 **7 ქულა**

კლასში მიცემული იყო შემდეგი დავალება:

„მოცემულია b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 გეომეტრიული პროგრესია, სადაც $b_1 > 0$. იპოვეთ პროგრესიის მნიშვნელი, თუ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 რიცხვების მედიანა 4-ჯერ ნაკლებია პროგრესიის პირველ წევრზე."

ერთ-ერთმა მოსწავლემ ეს დავალება შემდეგნაირად ამოხსნა:

„რადგან b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 რიცხვების მედიანა არის b_3, ამიტომ ამოცანის პირობის თანხმად გვექნება $\frac{b_1}{b_3} = \frac{b_1}{b_1 q^2} = \frac{1}{q^2} = 4$. საიდანაც მივიღებთ $q = \pm\frac{1}{2}$."

თქვენი დავალებაა:

1) მოიყვანოთ რიცხვითი მონაცემების მედიანისა და გეომეტრიული პროგრესიის განსაზღვრებები. **(2 ქულა)**

2) მიუთითოთ, რა შეცდომა/შეცდომები დაუშვა მოსწავლემ ამოხსნაში. ამოხსნათ მოცემული ამოცანა. ამოხსნა წარმოადგინეთ ნათლად, მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე. **(5 ქულა)**

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

1) რიცხვების მიმდევრობას, რომლის ყოველი წევრი დაწყებული მეორედან, წინა წევრის ერთსა და იმავე, ნულისგან განსხვავებულ რიცხვზე გამრავლებით მიიღება, გეომეტრიული პროგრესია ეწოდება.

   კენტი რაოდენობის რიცხვითი მონაცემების მედიანა ეწოდება ამ მონაცემების ზრდადობით ან კლებადობით დალაგებისას შუა პოზიციაზე მყოფ რიცხვს. ლუწი რაოდენობის რიცხვითი მონაცემების მედიანა ეწოდება ამ მონაცემების ზრდადობით ან კლებადობით დალაგებისას შუა პოზიციაზე მყოფი ორი რიცხვის საშუალოს.

2) მოსწავლემ არ გაითვალისწინა, რომ შესაძლოა გეომეტრიული პროგრესის წევრები $b_1, b_2, ..., b_5$ არ იყოს ზრდადობით ან კლებადობით დალაგებული და ამ ფაქტის გაუთვალისწინებლად b_3-ის მედიანად ჩათვლა შეცდომაა.
   განვიხილოთ გეომეტრიული პროგრესია
   $$b_1,\ b_1q,\ b_1q^2,\ b_1q^3,\ b_1q^4.$$
   თუ $q \geq 1$, მაშინ ზრდადობით დალაგებისას შუა პოზიციაზე აღმოჩნდება b_1q^2 და ამიტომ გვექნება $\frac{b_1}{b_1q^2} = \frac{1}{q^2} < 4$, რაც ეწინააღმდეგება პირობას, რომ მედიანა 4-ჯერ ნაკლებია პროგრესიის პირველ წევრზე .
   თუ $q \leq -1$, მაშინ მედიანა იქნება b_1 და ამიტომ გვექნება $\frac{b_1}{b_1} = 1 < 4$, რაც ასევე ეწინააღმდეგება პირობას.

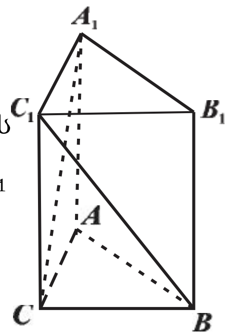
თუ $0<q<1$, მაშინ ზრდადობით დალაგებისას შუა პოზიციაზე აღმოჩნდება b_1q^2 და ამიტომ $\frac{b_1}{b_1q^2}=\frac{1}{q^2}=4$, საიდანაც მივიღებთ $q=\frac{1}{2}$.

თუ $-1<q<0$, მაშინ ზრდადობით დალაგებისას შუა პოზიციაზე აღმოჩნდება b_1q^4 და ამიტომ $\frac{b_1}{b_1q^4}=\frac{1}{q^4}=4$, საიდანაც მივიღებთ $q=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

პასუხი: $q=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ან $q=\frac{1}{2}$.

ამოცანა 35 **8 ქულა**

თქვენ გაკვეთილზე ახსენით თემა „აცდენილი წრფეები“.



გაკვეთილის ბოლოს გადაწყვიტეთ მოსწავლეებს გაურჩიოთ შემდეგი ამოცანა:

„$ABCA_1B_1C_1$ მართი პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის კათეტებია $AC=3$ და $CB=4$. პრიზმის სიმაღლე 6 -ის ტოლია. იპოვეთ CA_1 და BC_1 აცდენილ წრფეებს შორის კუთხის სიდიდე“ .

თქვენი დავალებაა:

1) შეახსენოთ მოსწავლეებს ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო შემდეგი მასალა: აცდენილი წრფეების განმარტება, კუთხე აცდენილ წრფეებს შორის და წრფისა და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.

(3 ქულა)

2) ააგოთ BC_1 წრფეზე გამავალი სიბრტყე, რომელიც პარალელურია CA_1 წრფის; აღნიშნულ სიბრტყეზე მიუთითოთ კუთხე, რომლის სიდიდე CA_1 და BC_1 აცდენილ წრფეებს შორის კუთხის სიდიდის ტოლია. მსჯელობა აწარმოეთ მოსწავლისთვის გასაგებ ენაზე.

(3 ქულა)

3) გამოთვალოთ CA_1 და BC_1 აცდენილ წრფეებს შორის კუთხის სიდიდე.

(2 ქულა)

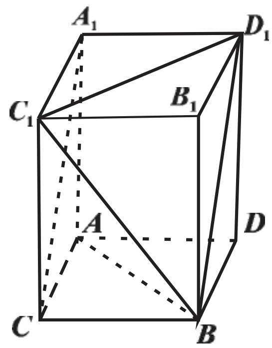
პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

35.1

1) სივრცეში მდებარე ორ წრფეს ეწოდება აცდენილი, თუ არ არსებობს სიბრტყე, რომელიც ორივე მათგანზე გადის.
2) ორ აცდენილ წრფეს შორის კუთხე ეწოდება კუთხეს იმ გადამკვეთ წრფეებს შორის, რომლებიც მოცემული წრფეების პარალელურია.
3) თუ a წრფე β სიბრტყეზე არ მდებარეობს და ის ამ სიბრტყეზე მდებარე რაიმე წრფის პარალელურია, მაშინ a წრფე β სიბრტყის პარალელურია.

35.2

$ABCA_1B_1C_1$ მართი პრიზმა შევავსოთ $ACBDA_1C_1B_1D_1$ მართკუთხა პრიზმამდე, ისე როგორც ეს სურათზეა ნაჩვენები. მაშინ, $CA_1 \| BD_1$, როგორც CBD_1A_1 მართკუთხედის გვერდები. წრფისა და სიბრტყის პარალელურობის ნიშნის თანახმად, CA_1 წრფე პარალელურია (C_1BD_1) სიბრტყის. აცდენილ წრფეებს შორის კუთხის განმარტებით $\angle C_1BD_1$ წარმოადგენს კუთხეს CA_1 და BC_1 აცდენილ წრფეებს შორის.



35.3

პითაგორას თეორემის თანახმად, ACB მართკუთხა სამკუთხედიდან ვღებულობთ $AB = 5$.
ანალოგიურად CC_1B და BDD_1 მართკუთხა სამკუთხედებიდან ვღებულობთ, რომ $BC_1 = \sqrt{52}$ და $BD_1 = \sqrt{45}$.

კოსინუსების თეორემის გამოყენებით BC_1D_1 სამკუთხედიდან ვღებულობთ:

$$\cos\angle C_1BD_1 = \frac{C_1B^2 + BD_1^2 - C_1D_1^2}{2C_1B\cdot BD_1} = \frac{52+45-25}{2\sqrt{52}\cdot\sqrt{45}} = \frac{6}{\sqrt{65}} .$$

პასუხი: $\arccos\left(\frac{6}{\sqrt{65}}\right)$.

ამოცანა 36 **8 ქულა**

თქვენ აპირებთ გაკვეთილზე განიხილოთ თემა “ლუწი და კენტი ფუნქციები”. ამასთან დაკავშირებით შეასრულეთ შემდეგი დავალებები:

1) განმარტეთ, რას ეწოდება ლუწი და კენტი ფუნქცია. ჩამოაყალიბეთ და დაასაბუთეთ ლუწი და კენტი ფუნქციების გრაფიკების სიმეტრიულობის თვისებები. **(5 ქულა)**

2) კლასს დამოუკიდებელ სამუშაოდ მიცემული ჰქონდა დავალება:

„დაადგინეთ, არის თუ არა ლუწი ან კენტი $f(x) = \dfrac{(\cos x)\log_2(1-2x+x^2)}{\log_2(1-x)}$ ფუნქცია “.

ეს დავალება ერთ-ერთმა მოსწავლემ შემდეგნაირად შეასრულა: *“განვიხილოთ ნებისმიერი x წერტილი ფუნქციის განსაზღვრის არედან. მაშინ,*

$$f(x) = \frac{(\cos x)\log_2(1-2x+x^2)}{\log_2(1-x)} = \frac{(\cos x)\log_2(1-x)^2}{\log_2(1-x)} = \frac{2(\cos x)\log_2(1-x)}{\log_2(1-x)} = 2\cos x$$

$$f(-x) = \frac{(\cos(-x))\log_2(1+2x+x^2)}{\log_2(1+x)} = \frac{(\cos x)\log_2(1+x)^2}{\log_2(1+x)} = \frac{2(\cos x)\log_2(1+x)}{\log_2(1+x)} = 2\cos x$$

$f(-x) = f(x)$, *ამიტომ f ფუნქცია ლუწია.”*

ახსენით, რა შეცდომა (შეცდომები) დაუშვა მოსწავლემ ამ ამოცანის ამოხსნისას და წარმოადგინეთ ამოცანის სწორი ამოხსნა. **(2 ქულა)**

3) ლევანმა გაკვეთილზე იკითხა: „არსებობს თუ არა ფუნქცია, რომელიც ერთდროულად ლუწიც არის და კენტიც?"

დაეხმარეთ ლევანს: მოიყვანეთ ნამდვილ რიცხვთა ღერძზე განსაზღვრული ყველა ასეთი ფუნქცია. პასუხი დაასაბუთეთ. **(1 ქულა)**

პასუხის ერთ-ერთი ვარიანტი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება:

36.1. ფუნქციას ეწოდება ლუწი, თუ მისი განსაზღვრის არედან აღებული ნებისმიერი x რიცხვისთვის რიცხვი $-x$ ეკუთვნის განსაზღვრის არეს და სამართლიანია ტოლობა
$f(-x)=f(x)$.

ვაჩვენოთ, რომ ლუწი ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ. თუ x ლუწი f ფუნქციის განსაზღვრის არედან აღებული ნებისმიერი რიცხვია, მაშინ წერტილები $(x, f(x))$ და $(-x, f(-x))$ ეკუთვნის f ფუნქციის გრაფიკს. რადგან $f(-x)=f(x)$, ამიტომ წერტილები $(x, f(x))$ და $(-x, f(x))$ ერთდროულად ეკუთვნის f ფუნქციის გრაფიკს. ეს წერტილები სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ, რაც ნიშნავს, რომ ლუწი ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია ორდინატთა ღერძის მიმართ.

ფუნქციას ეწოდება კენტი, თუ მისი განსაზღვრის არედან აღებული ნებისმიერი x რიცხვისთვის რიცხვი $-x$ ეკუთვნის განსაზღვრის არეს და სამართლიანია ტოლობა
$f(-x)=-f(x)$.

ვაჩვენოთ, რომ კენტი ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია კოორდინატთა სათავის მიმართ. თუ x კენტი f ფუნქციის განსაზღვრის არედან აღებული ნებისმიერი რიცხვია, მაშინ წერტილები $(x, f(x))$ და $(-x, f(-x))$ ეკუთვნის f ფუნქციის გრაფიკს. რადგან $f(-x)=-f(x)$, ამიტომ წერტილები $(x, f(x))$ და $(-x,-f(x))$ ერთდროულად ეკუთვნის f ფუნქციის გრაფიკს. ეს წერტილები სიმეტრიულია კოორდინატთა სათავის მიმართ, რაც ნიშნავს, რომ კენტი ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია კოორდინატთა სათავის მიმართ.

36.2. შევნიშნოთ, რომ $f(x)=\dfrac{(\cos x)\log_2(1-2x+x^2)}{\log_2(1-x)}$ ფუნქციის განსაზღვრის არეა $(-\infty;\ 0)\cup(0;\ 1)$.

ამიტომ, თუ $x<-1$, მაშინ x ეკუთვნის, ხოლო $-x$ არ ეკუთვნის ამ ფუნქციის განსაზღვრის არეს, რაც ნიშნავს, რომ ეს ფუნქცია არც ლუწია და არც კენტი.

დავალების შესრულებისას მოსწავლემ დაუშვა შემდეგი შეცდომა:

არ მიაქცია ყურადღება იმ ფაქტს, რომ ზოგიერთი x -ისათვის f -ის განსაზღვრის არედან $f(-x)$ შეასაძლოა კორექტულად არ იყოს განსაზღვრული. კერძოდ, იგულისხმა, რომ f ფუნქციის განსაზღვრის არედან აღებული ყოველი x -ისათვის $\log_2(1+x)$ არსებობს (მაგ., როცა $x=-2$, ეს გამოსახულება აზრს კარგავს).

36.3. თუ f ერთდროულად ლუწი და კენტი ფუნქციაა თავის განსაზღვრის არეზე და x რიცხვი f ფუნქციის განსაზღვრის არეს ეკუთვნის, მაშინ $f(x)=f(-x)=-f(x)$. ამიტომ $f(x)=0$. ე. ი. განსაზღვრის არეზე f ფუნქცია იგივურად ნულია.