

როგორ მოვემზადოთ ერთიანი
ეროვნული გამოცდებისთვის

მათემატიკა

საგამოცდო კრებული წარმოადგენს „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ საკუთრებას და დაცულია საქართველოს კანონით - „საავტორო და მომიჯნავე უფლებების შესახებ“. „შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის“ ნებართვის გარეშე დაუშვებელია ტექსტში რაიმე ცვლილების შეტანა, მისი რეპროდუქცია, თარგმნა და სხვა საშუალებებით (როგორც ბეჭდვითი, ასევე ელექტრონული ფორმით) გავრცელება, აგრეთვე იკრძალება საგამოცდო კრებულის გამოყენება კომერციული მიზნებისათვის.

საგამოცდო ტესტი შედგება 41 ამოცანისგან. აქედან პირველი 37 ამოცანიდან თითოეულს თან ახლავს 4 სავარაუდო პასუხი, რომელთაგან მხოლოდ ერთია სწორი. ტესტის ამ ნაწილში თითოეული ამოცანა ფასდება 1 ან 0 ქულით. 1 ქულა იწერება სწორი პასუხის მითითებისთვის.

ამოცანებში ოცდამეთვრამეტედან ორმოცდაერთის ჩათვლით დადებითი შეფასების მისაღებად საკმარისი არ არის მხოლოდ სწორი პასუხის მითითება - აუცილებელია ამოცანის ამოხსნის სრული გზის ჩაწერაც. ტესტის ამ ნაწილის 38 და 39 ამოცანა ფასდება 3 ქულით, 40 და 41 ამოცანა ფასდება 4 ქულით. საგამოცდო ტესტის მაქსიმალური ქულა არის 51. მინიმალური კომპეტენციის გადასალახად აბიტურიენტმა უნდა მოაგროვოს არანაკლებ 11 ქულა (ტესტის მაქსიმალური შესაძლო ქულის 20%-ზე მეტი).

ტესტის დასაწერად გამოყოფილი დრო არის 3 საათი.

იმედი გვაქვს, კრებული დაეხმარება აბიტურიენტებს უკეთ მოემზადონ მათემატიკის გამოცდისთვის.

გთხოვთ, თქვენი შენიშვნები და წინადადებები გამოგზავნოთ მისამართზე:

თბილისი, 0186

მინდელის ქ. 9

შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის მათემატიკის ჯგუფი

სარჩევი

შესავალი	-----	4
საგამოცდო პროგრამა	-----	5
საგამოცდო დავალების ნიმუშები	-----	22
პასუხები	-----	35

საგამოცდო პროგრამა მათემატიკაში

საგნობრივი უნარ-ჩვევები

მოსწავლეს უნდა შეეძლოს:

რიცხვები და მოქმედებები რიცხვებზე

- ერთმანეთისაგან განასხვავოს და ერთმანეთთან დააკავშიროს ნამდვილ რიცხვთა ქვესიმრავლეები: ნატურალური რიცხვები, მთელი რიცხვები, რაციონალური რიცხვები, ირაციონალური რიცხვები, კენტი რიცხვები, ლუწი რიცხვები, დადებითი და უარყოფითი რიცხვები, მარტივი და შედგენილი რიცხვები.
- რიცხვის ჩაწერა სხვადასხვა (ათობით და ორობით) პოზიციურ სისტემაში.
- ნამდვილ რიცხვებზე მოქმედებების თვისებების გამოყენება (მაგალითად: გადანაცვლებადობა, ჯუფთებადობა) და ნამდვილ რიცხვებზე მოქმედებების შესრულება სხვადასხვა ხერხით.
- მსჯელობა - დასაბუთების სხვადასხვა ხერხის გამოყენება რიცხვებთან და მათზე მოქმედებებთან დაკავშირებით.
- რიცხვითი სიდიდეების შეფასებისა და შედარების სხვადასხვა ხერხის გამოყენება. რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის შეფასება სხვადასხვა ხერხით.
- ზომის სხვადასხვა ერთეულების ერთმანეთთან დაკავშირება და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.

კანონზომიერებები და ალგებრა

- ფუნქციის თვისებების (მაგალითად: ზრდადობა, კლებადობა, მუდმივობა, ფუნქციის მაქსიმუმი/მინიმუმი) გამოკვლევა და ფუნქციებისა და მათი თვისებების გამოყენება ორ სიდიდეს შორის დამოკიდებულების შესასწავლად.
- გრაფიკული და ალგებრული მეთოდების გამოყენება ფუნქციის / ფუნქციათა ოჯახის თვისებების შესასწავლად.
- მიმდევრობის თვისებების გამოკვლევა და მიმდევრობების და მათი თვისებების გამოყენება კანონზომიერების შესასწავლად და აღსაწერად.
- განტოლებათა, უტოლობათა და მათი სისტემების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.
- დისკრეტული მათემატიკის ელემენტების გამოყენება (მაგალითად: ვარიანტების დათვლისას, სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის დადგენისას).¹

გეომეტრია და სივრცის აღქმა

- გეომეტრიული ფიგურების ამოცნობა და გეომეტრიული ფიგურების კლასიფიცირება.
- ფიგურებისა და მათი ელემენტების ზომების დადგენა-შეფასება სხვადასხვა ხერხით და მათი გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას. გეომეტრიულ ობიექტთა შორის მანძილების მოძებნა.
- გეომეტრიული გარდაქმნების თვისებების ჩამოყალიბება. გეომეტრიული გარდაქმნების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.
- ვექტორებზე მოქმედებების შესრულება და ვექტორების გამოყენება ამოცანების ამოხსნისას.
- გეომეტრიული ამოცანის შესაბამისი ნახაზის შედგენა, ამოცანის მონაცემების დადგენა ნახაზის საშუალებით.
- სივრცით ფიგურასა და მის წარმოდგენებს (მაგალითად: სივრცით ფიგურასა და მის ნახაზს) შორის კავშირების დადგენა. სივრცითი ფიგურის შლილების გამოყენება ამ ფიგურის შესასწავლად.
- დედუქციური/ინდუქციური მსჯელობის გამოყენება გეომეტრიულ დებულებათა დასამტკიცებლად.

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

- მონაცემთა მოწესრიგებისა და წარმოდგენის ხერხების გამოყენება ამოცანის ამოხსნისას. სხვადასხვა ხერხით წარმოდგენილი მონაცემების ინტერპრეტირება.
- მონაცემთა ანალიზი რიცხვითი და გრაფიკული მეთოდების გამოყენებით; შედეგების ინტერპრეტირება და დასკვნების ჩამოყალიბება.
- შემთხვევითი მოვლენის შესაბამისი ალბათური მოდელის შედგენა და მისი გამოყენება შემთხვევითი მოვლენის აღწერისას. ალბათობის თვისებების გამოყენება შემთხვევით მოვლენასთან დაკავშირებული ამოცანის ამოხსნისას.

ქვემოთ საგამოცდო პროგრამის პირველ სვეტში (საკითხთა ჩამონათვალი) მოცემულია იმ მათემატიკური ცნებების, განმარტებებისა და თეორემების ნუსხა, რომელთა ცოდნა მოეთხოვება მოსწავლეს. მათი დაზუსტება ხდება პროგრამის მეორე სვეტში (მოთხოვნები და დაზუსტება), სადაც მითითებულია, რისი ცოდნა მოეთხოვება მოსწავლეს შესაბამისი საკითხის გარშემო. თუ მარჯვენა სვეტი

ცარიელია, მაშინ აბიტურიენტს შესაბამისი ცნების ან თეორემის მხოლოდ ცოდნა და გამოყენება მოეთხოვება.

ალგებრა

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიმრავლეები. ოპერაციები სიმრავლეებზე.	სიმრავლეთა თანაკვეთა, გაერთიანება, სიმრავლის დამატება; ვენის დიაგრამები.
2	ნატურალური რიცხვები. მარტივი და შედგენილი რიცხვები. გამყოფი და ჯერადი.	არითმეტიკული მოქმედებები ნატურალურ რიცხვებზე.
		რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად.
		რამდენიმე რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა.
		2-ზე, 3-ზე, 5-ზე, 9-ზე და 10-ზე გაყოფადობის ნიშნები.
	ნაშთიანი გაყოფა.	
3	მთელი რიცხვები.	არითმეტიკული მოქმედებები მთელ რიცხვებზე.
4	რაციონალური რიცხვები. წილადები და ათწილადები.	რაციონალური რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები რაციონალურ რიცხვებზე. მთელი რიცხვებისა და ათწილადების დამრგვალება.
5	ირაციონალური რიცხვები. ნამდვილი რიცხვები.	ნამდვილი რიცხვების შედარება და არითმეტიკული მოქმედებები მათზე.
6	რიცხვითი ღერძი.	წერტილის კოორდინატი. ნამდვილი რიცხვის შესაბამისი წერტილის გამოსახვა რიცხვით ღერძზე.
7	რიცხვითი შუალედები.	რიცხვითი შუალედების გაერთიანება და თანაკვეთა.
8	რიცხვის მოდული.	რიცხვის მოდულის გეომეტრიული აზრი.
9	ნატურალური რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა პოზიციურ სისტემაში.	ათობით პოზიციურ სისტემაში მოცემული რიცხვების ჩაწერა ორობითში და პირიქით.

10	პროპორცია.	პროპორციის ძირითადი თვისება, პროპორციის უცნობი წევრის პოვნა, რიცხვის დაყოფა მოცემული შეფარდებით. პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულება სიდიდეებს შორის.
11	რიცხვის პროცენტი და ნაწილი.	რიცხვის პროცენტისა და ნაწილის პოვნა. რიცხვის პოვნა მისი პროცენტით ან ნაწილით. ორი რიცხვის ფარდობის პროცენტული გამოსახვა.
12	რამდენიმე რიცხვის არითმეტიკული საშუალო.	
13	ხარისხი ნატურალური და მთელი მაჩვენებლით.	ნამრავლის, ფარდობის და ხარისხის ახარისხება. ტოლფუძიანი ხარისხების ნამრავლი და შეფარდება.
14	ერთწევრი და მრავალწევრი.	მრავალწევრების შეკრება, გამოკლება და გამრავლება.
15	შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$, $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$.
16	მრავალწევრის დაშლა მამრავლებად.	საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა, დაჯგუფების ხერხი, მამრავლებად დაშლა შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით.
17	რაციონალური გამოსახულება.	მოქმედებები რაციონალურ გამოსახულებებზე.
18	n -ური ხარისხის ფესვი, არითმეტიკული ფესვი.	არითმეტიკული ფესვის თვისებები.
19	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი.	რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები.
20	ალგებრული გამოსახულება.	ალგებრული გამოსახულების გარდაქმნა და მისი რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლა.
21	რიცხვის ლოგარითმი.	ძირითადი ლოგარითმული იგივეობა.

		ნამრავლის, შეფარდების და ხარისხის ლოგარითმი. ლოგარითმში ფუძის შეცვლის ფორმულა.
22	მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა სიბრტყეზე და სივრცეში.	წერტილის კოორდინატები. ნამდვილ რიცხვთა წყვილის და სამეულის გამოსახვა შესაბამისად საკოორდინატო სიბრტყეზე და საკოორდინატო სივრცეში. ორ წერტილს შორის მანძილის გამოსათვლელი ფორმულა.
23	ფუნქცია. ფუნქციის გრაფიკი. ფუნქციათა კომპოზიცია.	ფუნქციის განსაზღვრის არე. ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე. ფუნქციის ზრდადობა, კლებადობა, ლუწობა, კენტობა, პერიოდულობა. ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა. ფუნქციათა კომპოზიცია. პარამეტრის შემცველი ფუნქციები.
		ფუნქციის მოცემა ცხრილის, ფორმულისა და გრაფიკის საშუალებით. ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა არგუმენტის მოცემული მნიშვნელობისთვის.
24	კუთხის გრადუსული და რადიანული ზომა.	კავშირი კუთხის რადიანულ და გრადუსულ ზომებს შორის.
25	ტრიგონომეტრიული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.	სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის: მნიშვნელობები $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ არგუმენტებისთვის; ნიშნები მეოთხედების მიხედვით; პერიოდულობა, ლუწობა და კენტობა.
		ძირითადი დამოკიდებულებები ერთი და იმავე არგუმენტის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებს შორის. დაყვანის ფორმულები.
26	განტოლება, განტოლებათა სისტემა.	განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ტოლფასი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები.

27	ერთუცნობიანი წრფივი განტოლებები.	წრფივი განტოლების ამოხსნა.
28	ერთუცნობიანი კვადრატული განტოლებები.	დისკრიმინანტი.
		კვადრატული განტოლების ამოხსნა.
		ვიეტის თეორემა.
29	კვადრატული სამწევრი.	კვადრატული სამწევრის ფესვები. კვადრატული სამწევრის დაშლა წრფივ მამრავლებად.
30	ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები.	ისეთი ორუცნობიანი ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა, რომელშიც ერთი განტოლება წრფივია, ხოლო მეორე განტოლების ხარისხი არ აღემატება ორს.
31	ამოცანები განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის შედგენაზე.	ამოცანების ამოხსნა განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის გამოყენებით.
32	რიცხვითი უტოლობები.	რიცხვითი უტოლობების თვისებები.
33	უტოლობა, უტოლობათა სისტემა.	უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნისა და ამონახსნთა სიმრავლის ცნებები. ორუცნობიანი წრფივი უტოლობისა და უტოლობათა სისტემის ამონახსნის წარმოდგენა საკოორდინატო სიბრტყეზე. ტოლფასი უტოლობები.
34	ერთუცნობიანი უტოლობები და უტოლობათა სისტემები.	ერთუცნობიანი წრფივი, კვადრატული და რაციონალური უტოლობების და უტოლობათა სისტემების ამოხსნა.
35	წრფივი, კვადრატული, ხარისხოვანი, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული, ტრიგონომეტრიული ფუნქციები და მათი გრაფიკები.	$y = kx + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$, $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ ფუნქციების განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე, ზრდადობისა და კლებადობის შუალედები.
36	ირაციონალური განტოლებები.	ერთუცნობიან წრფივ და კვადრატულ განტოლებებზე დაყვანადი ირაციონალური განტოლების ამოხსნა.

37	მაჩვენებლიანი განტოლებები და უტოლობები.	მაჩვენებლიანი განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა.
38	ლოგარითმული განტოლებები და უტოლობები.	ლოგარითმული (არაცვლადფუძიანი) განტოლებების და უტოლობების ამოხსნა.
39	ტრიგონომეტრიული განტოლებები.	$\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ სახის განტოლებების ამოხსნა.
40	რიცხვითი მიმდევრობა.	მიმდევრობის n -ური წევრის ფორმულის მიხედვით მიმდევრობის წევრების პოვნა.
41	არითმეტიკული პროგრესია.	არითმეტიკული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
42	გეომეტრიული პროგრესია.	გეომეტრიული პროგრესიის n -ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	კომბინატორიკის ელემენტები.	გადანაცვლებათა რიცხვი; ჯუფთებათა რიცხვი; წყობათა რიცხვი.

გეომეტრია

პლანიმეტრია

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე. სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი.	
2	მონაკვეთის სიგრძე, ტეხილის სიგრძე.	
3	კუთხე, კუთხის გრადუსული ზომა, მართი, მახვილი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხეები.	
4	კუთხის ბისექტრისა.	კუთხის ბისექტრისის თვისება.

5	მონაკვეთის შუამართობი.	მონაკვეთის შუამართობის თვისება.
6	მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.	მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი.
		ვერტიკალური კუთხეების ტოლობა.
7	წრფეთა პარალელობა. ორი წრფის მესამე წრფით გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები.	ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეების თვისებები.
		წრფეთა პარალელობის ნიშნები.
8	კუთხე ორ წრფეს შორის. წრფეთა მართობულობა. მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.	
9	მრავალკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, წვერო, კუთხე, დიაგონალი. მრავალკუთხედის პერიმეტრი.	
10	ამოზნექილი მრავალკუთხედი.	ამოზნექილი მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამი.
11	სამკუთხედი და მისი ელემენტები: გვერდი, კუთხე, წვერო, მედიანა, ბისექტრისა, სიმაღლე.	
12	სამკუთხედის კუთხეები.	სამკუთხედის კუთხეების ჯამი. სამკუთხედის გარე კუთხის თვისება.
13	სამკუთხედების ტოლობა.	სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
14	სამკუთხედის უტოლობა.	
15	დამოკიდებულებანი სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის.	სამკუთხედში დიდი გვერდის (კუთხის) პირდაპირ დიდი კუთხე (გვერდი) ძვეს.
16	სამკუთხედის მედიანა.	სამკუთხედის მედიანების თვისება (სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და თითოეული მათგანი

		გადაკვეთის წერტილით 2:1 შეფარდებით იყოფა წვეროს მხრიდან).
17	სამკუთხედის ბისექტრისა.	სამკუთხედის ბისექტრისის თვისება (სამკუთხედის კუთხის ბისექტრისა ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდს მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად ყოფს).
18	სამკუთხედის კერძო სახეები: მართკუთხა, მახვილკუთხა, ბლაგვკუთხა, ტოლფერდა, ტოლგვერდა სამკუთხედები.	
19	ტოლფერდა სამკუთხედი.	ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებები (ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეები ტოლია; ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძისადმი გავლებული მედიანა, ბისექტრისა და სიმაღლე ერთმანეთს ემთხვევა).
20	მართკუთხა სამკუთხედი.	მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.
		მართკუთხა სამკუთხედში 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტის თვისება.
		მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებსა და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები.
		თანაფარდობები ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ სიმაღლეს, კათეტებს, კათეტების გეგმილებს და ჰიპოტენუზას შორის ($h^2 = a_c b_c$, $a^2 = ca_c$, $b^2 = cb_c$, $ch = ab$).
21	პითაგორას თეორემა.	

22	თალესის თეორემა.	
23	სამკუთხედის შუახაზი.	სამკუთხედის შუახაზის თვისებები.
24	სამკუთხედების მსგავსება.	სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები.
		მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება.
25	სინუსების თეორემა.	
26	კოსინუსების თეორემა.	
27	სამკუთხედების ამოხსნა.	
28	პარალელოგრამი.	პარალელოგრამის გვერდებისა და კუთხეების თვისებები.
		პარალელოგრამის დიაგონალების თვისებები (პარალელოგრამის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი პარალელოგრამის სიმეტრიის ცენტრია; პარალელოგრამის დიაგონალების სიგრძეების კვადრატების ჯამი მისი გვერდების სიგრძეების კვადრატების ჯამის ტოლია).
29	რომბი.	რომბის დიაგონალების თვისებები.
30	მართკუთხედი, კვადრატის.	მართკუთხედის დიაგონალების ტოლობა.
31	ტრაპეცია და მისი ელემენტები: ფუძე, ფერდი, სიმაღლე. ტრაპეციის შუახაზი.	ტრაპეციის შუახაზის თვისებები.
32	ტრაპეციის კერძო სახეები: ტოლფერდა ტრაპეცია, მართკუთხა ტრაპეცია.	
33	ტოლფერდა ტრაპეცია.	ტოლფერდა ტრაპეციის თვისებები.

34	ბრტყელი ფიგურის ფართობი.	ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია;
35	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობი.	კვადრატის, მართკუთხედის, სამკუთხედის, პარალელოგრამის და ტრაპეციის ფართობების გამოსათვლელი ფორმულები.
36	წრეწირი, წრე და მათი ელემენტები: ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი, ქორდა, რკალი, სექტორი, სეგმენტი.	რკალის გრადუსული და რადიანული ზომა.
რიცხვი π .		
წრეწირის და მისი რკალის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულები.		
ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.		
37	ცენტრალური და ჩახაზული კუთხეები.	ერთსა და იმავე რკალზე დაყრდნობილი ჩახაზული და ცენტრალური კუთხეების სიდიდეებს შორის ურთიერთდამოკიდებულება.
38	წრეწირის მხები და მკვეთი.	წრეწირის მხების თვისება.
წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებული ორი მხები მონაკვეთის ტოლობა.		
ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები. წრეწირისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისებები.		
39	სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირები.	სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა; სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრის მდებარეობა.
სამკუთხედში ჩახაზული და სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები:		

		$r = \frac{2S}{a+b+c}, \quad R = \frac{abc}{4S}, \quad R = \frac{a}{2 \sin A}$
40	წესიერი მრავალკუთხედები. წესიერი მრავალკუთხედებში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირები.	<p>წესიერი მრავალკუთხედის გვერდსა და მასში ჩახაზული და შემოხაზული წრეწირის რადიუსებს შორის დამოკიდებულება:</p> $r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}, \quad R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$
41	წესიერი მრავალკუთხედების ფართობი.	წესიერი მრავალკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები მასში ჩახაზული, მასზე შემოხაზული წრეწირების რადიუსების და მრავალკუთხედის გვერდის საშუალებით.
42	წრიული სექტორისა და წრის ფართობი.	წრიული სექტორის და წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულები.
43	გეომეტრიული გარდაქმნები სიბრტყეზე.	ცენტრული სიმეტრია. სიმეტრიის ცენტრი. ფიგურის სიმეტრიულობა წერტილის მიმართ.
		ღერძული სიმეტრია. სიმეტრიის ღერძი. ფიგურის სიმეტრიულობა ღერძის მიმართ.
		პარალელური გადატანა. ჰომოთეტია. მობრუნება წერტილის გარშემო.

სტერეომეტრია

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.	

2	წრფეთა ურთიერთგანლაგება სივრცეში.	ურთიერთგადამკვეთი, პარალელური და აცდენილი წრფეები. წრფეთა პარალელობის ნიშანი.
3	წერტილის, წრფის, მონაკვეთის ორთოგონალური დაგეგმილება სიბრტყეზე.	
4	წრფისა და სიბრტყის მართობულობა.	წრფისა და სიბრტყის ურთიერთმართობულობის ნიშანი.
5	წრფისა და სიბრტყის პარალელობა.	წრფის და სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
6	სიბრტყეთა პარალელობა.	ორი სიბრტყის პარალელობის ნიშანი.
7	კუთხე სიბრტყეებს შორის.	
8	სიბრტყეთა მართობულობა.	ორი სიბრტყის მართობულობის ნიშანი.
9	მონაკვეთი, მართობი და დახრილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე.	სამი მართობის თეორემა.
10	კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის.	
11	ორწახნაგა კუთხე. ორწახნაგა კუთხის ზომა.	
12	მრავალწახნაგა და მისი ელემენტები (წვერო, წიბო, წახნაგი).	
13	პრიზმა და მისი ელემენტები (ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი წიბო, სიმაღლე, დიაგონალი).	

14	პრიზმის კერძო სახეები (მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი). მართი პრიზმის დიაგონალური კვეთა.	
15	პირამიდა და მისი ელემენტები (წვერო, გვერდითი წიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე).	
16	წესიერი პირამიდა. აპოთემა.	
17	ცილინდრი და მისი ელემენტები (რადიუსი, მსახველი, ფუძეები, სიმაღლე, ცილინდრის ღერძი). ცილინდრის ღერძული კვეთა.	
18	კონუსი და მისი ელემენტები (წვერო, ფუძე, მსახველი, სიმაღლე). კონუსის ღერძული კვეთა.	
19	ბირთვი, სფერო და მათი ელემენტები (ცენტრი, რადიუსი, დიამეტრი).	
20	ბირთვის მხები სიბრტყე. ბირთვის კვეთა სიბრტყით.	
21	სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.	სხეულის მოცულობა მისი შემადგენელი ნაწილების მოცულობათა ჯამის ტოლია;

		<p>კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობისა და მოცულობის გამოთვლა.</p>
		<p>სფეროს ზედაპირის ფართობისა და ბირთვის მოცულობის გამოთვლა.</p>
22	<p>კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, მართი პრიზმის, პირამიდის, ცილინდრის და კონუსის შლილები.</p>	<p>ამ ფიგურების აღდგენა მათი შლილების საშუალებით.</p>
23	<p>ვექტორები სიბრტყეზე და სივრცეში.</p>	<p>ვექტორები და მათზე განსაზღვრული ოპერაციები: შეკრება, სკალარზე გამრავლება. ვექტორთა სკალარული ნამრავლი. კუთხე ორ ვექტორს შორის. ვექტორის სიგრძე.</p>
		<p>ვექტორებისა და მათზე მოქმედებების გამოსახვა კოორდინატებში.</p>

მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა და სტატისტიკა

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	მონაცემების თვალსაჩინოდ წარმოდგენის ხერხები.	წერტილოვანი, ხაზოვანი, სვეტოვანი და წრიული დიაგრამები. მასშტაბი. სკალა.
2	მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები.	სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე, საშუალო, მედიანა, მოდა, გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო კვადრატული გადახრა.
3	ალბათობის თეორიის ელემენტები.	<p>ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცე; ხდომილობა; ოპერაციები ხდომილობებზე; არათავსებადი ხდომილობები; საწინააღმდეგო ხდომილობა; დამოუკიდებელი ხდომილობები.</p> <p>ალბათობის კლასიკური განსაზღვრება. ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა.</p> <p>ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$</p> <p>საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა: $P(\bar{A}) = 1 - P(A);$</p> <p>დამოუკიდებელ ხდომილობათა ნამრავლის ალბათობის გამოთვლა: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$</p> <p>გეომეტრიული ალბათობა (მონაკვეთზე და ბრტყელ ფიგურაზე).</p>

ზომის ერთეულები

	საკითხთა ჩამონათვალი	მოთხოვნები და დაზუსტება
1	სიგრძის ერთეულები.	მილიმეტრი (მმ), სანტიმეტრი (სმ), დეციმეტრი (დმ), მეტრი (მ), კილომეტრი (კმ).
		კავშირი სიგრძის ერთეულებს შორის.
2	ფართობის ერთეულები.	კვადრატული მილიმეტრი (მმ ²), კვადრატული სანტიმეტრი (სმ ²), კვადრატული დეციმეტრი (დმ ²), კვადრატული მეტრი (მ ²), ჰექტარი (ჰა), კვადრატული კილომეტრი (კმ ²).
		კავშირი ფართობის ერთეულებს შორის.
3	მოცულობის ერთეულები.	კუბური მილიმეტრი (მმ ³), კუბური სანტიმეტრი (სმ ³), კუბური დეციმეტრი (დმ ³), ლიტრი (ლ), კუბური მეტრი (მ ³).
		კავშირი მოცულობის ერთეულებს შორის.
4	მასის ერთეულები.	გრამი (გ), კილოგრამი (კგ), ცენტნერი (ც), ტონა (ტ).
		კავშირი მასის ერთეულებს შორის.
5	დროის ერთეულები.	წამი (წმ), წუთი (წთ), საათი (სთ).
		კავშირი დროის ერთეულებს შორის.
6	სიჩქარის ერთეულები.	მეტრი წამში (მ/წმ), მეტრი წუთში (მ/წთ), კილომეტრი საათში (კმ/სთ).
		კავშირი სიჩქარის ერთეულებს შორის.

ტესტი მათემატიკაში

(ნომერი)

(1) 1.

$$1\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 0,3 =$$

ა) $1\frac{8}{15}$

ბ) $\frac{5}{8}$

გ) 1,5

დ) 0,6

(1) 2.

$$0,0072 =$$

ა) $7,2 \cdot 10^{-3}$

ბ) $72 \cdot 10^{-3}$

გ) $0,72 \cdot 10^{-4}$

დ) $7,2 \cdot 10^{-1}$

(1) 3.

იპოვეთ უდიდესი მთელი რიცხვი, რომელიც ნაკლებია $\sqrt{41}$ -ზე.

ა) 5

ბ) 6

გ) 7

დ) 8

(1) 4.

სპილენძისა და ვერცხლის შენადნობში ვერცხლის მასა სპილენძის მასის 25%-ს შეადგენს. შენადნობის მასის რამდენ პროცენტს შეადგენს სპილენძის მასა?

ა) 60%

ბ) 75%

გ) 80%

დ) 84%

(1) 5.

ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის მოსაზღვრე კუთხის სიდიდე 25° -ის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხის სიდიდე.

- ა) 155° ბ) $77,5^\circ$ გ) 25° დ) $12,5^\circ$

(1) 6.

მართკუთხედის წვეროები ძვეს წრეწირზე. იპოვეთ ამ წრეწირის სიგრძე, თუ მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძე $\sqrt{5}$ სმ-ის ტოლია.

- ა) 5π სმ ბ) $\sqrt{5}\pi$ სმ გ) $2\sqrt{5}\pi$ სმ დ) $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$ სმ

(1) 7.

წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 24π სმ. იპოვეთ ამ ექვსკუთხედის გვერდის სიგრძე.

- ა) 12 სმ ბ) 8 სმ გ) 6 სმ დ) 2 სმ

(1) 8.

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} =$$

- ა) $\sqrt{3}-1$ ბ) $\sqrt{3}+1$ გ) $2\sqrt{3}$ დ) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

(1) 9

$$27^{-\frac{2}{3}} =$$

ა) $\frac{1}{9}$

ბ) 9

გ) -9

დ) $-\frac{1}{9}$

(1) 10.

$$\frac{a^3 - 27}{a^2 + 3a + 9} =$$

ა) $a - 3$

ბ) $\frac{a-3}{a+3}$

გ) -3

დ) $a + 3$

(1) 11.

რა უდიდესი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს $\frac{a}{b}$ შეფარდება, თუ $1 \leq a \leq 4$ და $2 \leq b \leq 6$?

ა) 1

ბ) 2

გ) 3

დ) 4

(1) 12.

რამდენი უარყოფითი მთელი ამონახსნი აქვს $\frac{3}{11}x + 2 > 0,3$ უტოლობას?

ა) 5

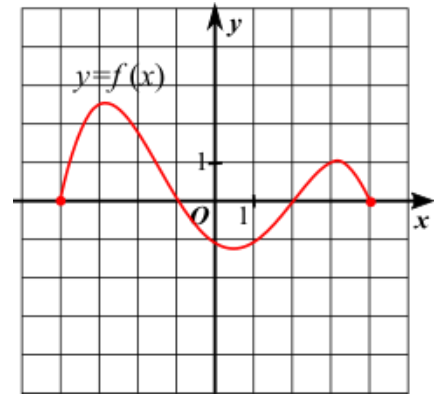
ბ) 6

გ) 7

დ) 8

(1) 13.

საკოორდინატო ბადით დაფარულ სიბრტყეზე მოცემულია $[-4; 4]$ შუალედზე განსაზღვრული $y = f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი, რომელიც აბსცისათა ღერძს კვეთს მთელი კოორდინატების მქონე წერტილებში (იხ. სურათი). იპოვეთ $f(x) > 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.



ა) $(-4; -1)$

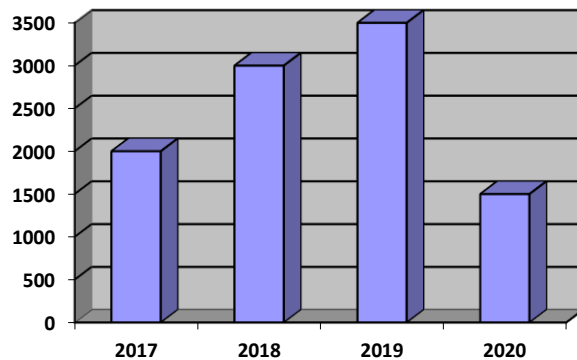
ბ) $(-1; 2)$

გ) $(0; 4)$

დ) $(-4; -1) \cup (2; 4)$

(1) 14.

სურათზე მოცემულია სვეტოვანი დიაგრამა, რომელიც გამოხატავს კომპანიის მიერ ოთხი წლის განმავლობაში ყოველწლიურად გამოშვებული ერთი სახის პროდუქტის რაოდენობას. ყოველი 500 ერთეული პროდუქტი კომპანიას აძლევს 12000 ლარის მოგებას. გამოთვალეთ კომპანიის ჯამური მოგება ამ ოთხი წლის განმავლობაში.



ა) 120000 ლარი

ბ) 216000 ლარი

გ) 200000 ლარი

დ) 240000 ლარი

(1) 15.

იპოვეთ a პარამეტრის მნიშვნელობა, თუ ცნობილია, რომ $2x^2 - ax + 3 = 0$ განტოლების ამონახსნთა ჯამი 7-ის ტოლია.

- ა) 14 ბ) -14 გ) $\frac{14}{3}$ დ) 7

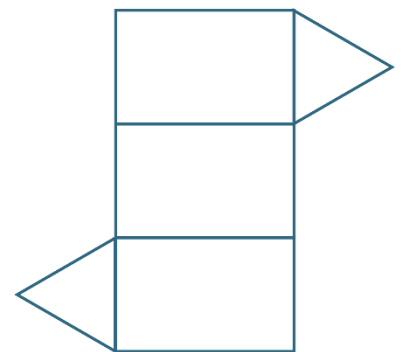
(1) 16.

იპოვეთ x , თუ ცნობილია, რომ 4; 9; 1; 3; 12; x რიცხვითი მონაცემების მედიანა 5,5-ის ტოლია.

- ა) 3 ბ) 4 გ) 5,5 დ) 7

(1) 17.

სურათზე მოცემულია ქვემოთ ჩამოთვლილი მრავალწახნაგებიდან ერთ-ერთის შლილი. დაასახელებეთ ეს მრავალწახნაგა.



- ა) სამკუთხა პირამიდა;
ბ) ოთხკუთხა პირამიდა;
გ) სამკუთხა პრიზმა;
დ) ოთხკუთხა პრიზმა.

(1) 18.

ქვემოთ ჩამოთვლილი ფიგურებიდან რომელს არ გააჩნია სიმეტრიის ცენტრი?

- ა) მონაკვეთი;
- ბ) წრე;
- გ) მართკუთხედი;
- დ) წესიერი სამკუთხედი.

(1) 19.

Oxy საკოორდინატო სიბრტყეზე $y = -x$ წრფის მიმართ $(-3; 4)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილია

- ა) $(-4; 3)$
- ბ) $(-3; -4)$
- გ) $(3; -4)$
- დ) $(4; -3)$

(1) 20.

სულ რამდენი ათნიშნა ლუწი რიცხვი არსებობს, რომლის ჩანაწერში ოთხი ციფრია „2“, ხოლო ექვსი ციფრია „9“?

- ა) 128
- ბ) 96
- გ) 84
- დ) 64

(1) 21.

მასწავლებელს სურს 8 მოსწავლისგან შეადგინოს 3 ჯგუფი, სადაც ნომერ პირველ და ნომერ მეორე ჯგუფში იქნება სამ-სამი მოსწავლე, ხოლო ნომერ მესამეში კი - ორი მოსწავლე. ჯგუფებში მოსწავლეთა ასეთი განაწილების სულ რამდენი განსხვავებული ვარიანტი არსებობს?

- ა) 280
- ბ) 560
- გ) 640
- დ) 1120

(1) 22.

არითმეტიკულ პროგრესიაში პირველი ცხრა წევრის ჯამი m -ის ტოლია, ხოლო მეორე წევრიდან მეათე წევრის ჩათვლით პროგრესიის წევრთა ჯამი n -ის ტოლია ($m \neq n$). იპოვეთ ამ პროგრესიის სხვაობა.

ა) $\frac{m-n}{10}$

ბ) $\frac{m-n}{9}$

გ) $\frac{n-m}{10}$

დ) $\frac{n-m}{9}$

(1) 23.

რას უდრის იმის ალბათობა, რომ სამი კამათლის გაგორებისას მოსული რიცხვების ჯამი მეტი იქნება 16-ზე?

ა) $\frac{53}{54}$

ბ) $\frac{1}{54}$

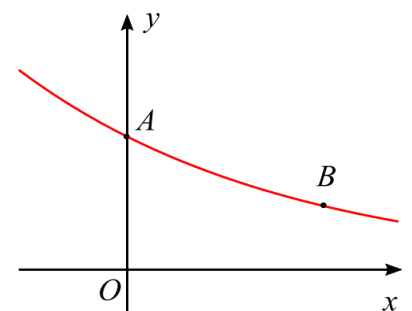
გ) $\frac{17}{18}$

დ) $\frac{1}{18}$

(1) 24.

$A(0; 3)$ და $B\left(4, \frac{3}{2}\right)$ წერტილები

მდებარეობს $f(x) = a \cdot 2^{bx}$ ფუნქციის გრაფიკზე (იხ. სურათი). იპოვეთ $a+b$.



ა) $\frac{5}{2}$

ბ) $\frac{11}{4}$

გ) 3

დ) -1

(1) 25.

ABC სამკუთხედში $\angle A = 60^\circ$ და $\angle B = 45^\circ$. ქვემოთ ჩამოთვლილი გამონათქვამებიდან რომელია ჭეშმარიტი?

ა) $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ბ) $\frac{BC}{AC} < \sqrt{2}$

გ) $\frac{BC}{AC} > \sqrt{2}$

დ) $\frac{BC}{AC} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

(1) 26.

ABC სამკუთხედში M და N წერტილები მდებარეობს შესაბამისად AB და BC გვერდებზე ისე, რომ MN მონაკვეთი AC გვერდის პარალელურია. რას უდრის $AC:MN$, თუ BMN სამკუთხედის ფართობი $AMNC$ ოთხკუთხედის ფართობის ტოლია?

ა) 2

ბ) $\sqrt{3}$

გ) 3

დ) $\sqrt{2}$

(1) 27.

ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი გამოსახულებაა ყოველთვის ჭეშმარიტი \vec{a} და \vec{b} არანულოვანი ვექტორებისთვის?

ა) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$;

ბ) $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$;

გ) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq 1$;

დ) $-1 \leq \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \leq 1$.

(1) 28.

იპოვეთ k პარამეტრის ყველა ნამდვილი მნიშვნელობა, რომელთაგან თითოეულისათვის $|3x+4|-7+k=0$ განტოლებას არ გააჩნია ამონახსნი.

ა) $\left(-\frac{4}{3}; \infty\right)$

ბ) $(-7; \infty)$

გ) $(7; \infty)$

დ) $(-\infty; \infty)$

(1) 29.

ორი ნატურალური რიცხვის ნამრავლი ტოლია 288-ის. ქვემოთ ჩამოთვლილი რიცხვებიდან რომლის ტოლი არ შეიძლება იყოს ამ ორი რიცხვის საერთო ჯერადი?

ა) 24

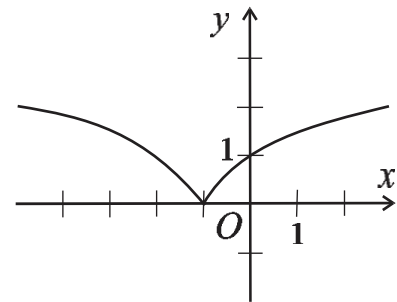
ბ) 36

გ) 48

დ) 96

(1) 30.

სურათზე გამოსახულია ქვემოთ ჩამოთვლილი ფუნქციებიდან ერთ-ერთის გრაფიკი. რომელია ეს ფუნქცია?



ა) $f(x) = \sqrt{|x-1|}$

ბ) $f(x) = \sqrt{|x|} - 1$

გ) $f(x) = \sqrt{|x+1|}$

დ) $f(x) = \sqrt{|x|-1}$

(1) 31.

ქვემოთ ჩამოთვლილი უტოლობებიდან, რომელია ჭეშმარიტი ყოველი α რიცხვისათვის $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ შუალედიდან?

ა) $\sin \alpha < \frac{1}{2}$

ბ) $\cos \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2}$

გ) $\cos \alpha > \frac{\sqrt{3}}{2}$

დ) $\sin \alpha > \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(1) 32.

Oxy მართკუთხა საკოორდინატო სისტემაში O წერტილის მიმართ α მახვილი კუთხით მობრუნებას $(3; 1)$ წერტილი გადაჰყავს წერტილში, რომლის აბსცისა 1-ის ტოლია. იპოვეთ α კუთხის რადიანული ზომა.

ა) $\frac{\pi}{3}$

ბ) $\frac{\pi}{6}$

გ) $\arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

დ) $\arctg 3 - \arctg\left(\frac{1}{3}\right)$

(1) 33.

იპოვეთ უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც მეტია $\log_2 11$ -ზე.

ა) 2

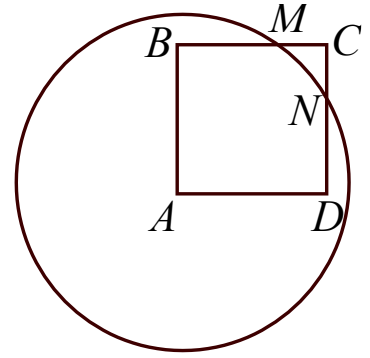
ბ) 3

გ) 4

დ) 5

(1) 34.

$ABCD$ კვადრატის გვერდი $\sqrt{3}$ -ის ტოლია. წრეწირი ცენტრით A წერტილში, კვადრატის BC და CD გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში ისე, რომ $BM = DN = 1$ (იხ. სურათი). იპოვეთ $ABCD$ კვადრატის შიგნით მდებარე MN რკალის გრადუსული ზომა.



ა) 60°

ბ) 45°

გ) 30°

დ) 15°

(1) 35.

გარკვეული a , b და c ნამდვილი რიცხვებისათვის $ax^2 + bx \leq c$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $[2; 7]$ სეგმენტი. x -ის რა მნიშვნელობისათვის ღებულობს $f(x) = ax^2 + bx - 3$ ფუნქცია უმცირეს მნიშვნელობას?

ა) $x = -3$

ბ) $x = 2,5$

გ) $x = 3$

დ) $x = 4,5$

(1) 36.

იპოვეთ $f(x) = 2^{x^2-2x}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე, თუ $x \in [0; 3]$.

ა) $[1; 8]$

ბ) $\left[\frac{1}{2}; 8\right]$

გ) $(0; 8]$

დ) $\{1; 8\}$

(1) 37.

იპოვეთ კონუსის მსახველის სიგრძე, თუ მისი ფუძის ფართობია 3π სმ², ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობია 6π სმ².

ა) 2 სმ

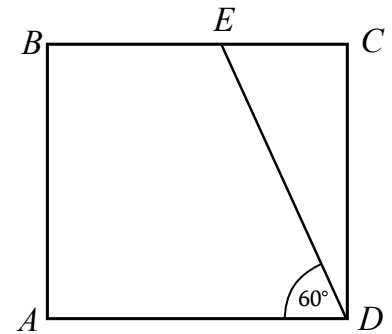
ბ) 3 სმ

გ) $2\sqrt{3}$ სმ

დ) $3\sqrt{2}$ სმ

(3) 38.

$ABCD$ კვადრატის BC გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $\angle ADE = 60^\circ$. იპოვეთ $ABCD$ კვადრატის ფართობი, თუ ECD სამკუთხედის ფართობი S -ის ტოლია.



(3) 39.

b_n გეომეტრიული პროგრესიის წევრები განსაზღვრულია ფორმულით

$b_n = -2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. იპოვეთ ამ პროგრესიის პირველი 10 წევრის ჯამი.

(4) 40.

ორმა მორბენალმა წრიული ფორმის სარბენი ბილიკის ერთი და იმავე ადგილიდან ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით მუდმივი სიჩქარეებით ერთდროულად დაიწყო სირბილი და პირველად ერთმანეთს 6 წუთის შემდეგ შეხვდნენ. იმავე სიჩქარეებით სირბილისას პირველი მორბენალი 5 წუთით უფრო ჩქარა შემოურბენს სარბენ ბილიკს, ვიდრე მეორე მორბენალი. რამდენ წუთში შემოურბენს სარბენ ბილიკს პირველი მორბენალი?

(4) 41.

იპოვეთ a პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც $x^2 \leq a - 2$ და $x^2 + 4x \leq 1 - a$ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს აქვს ზუსტად ერთი საერთო ელემენტი.

პასუხები

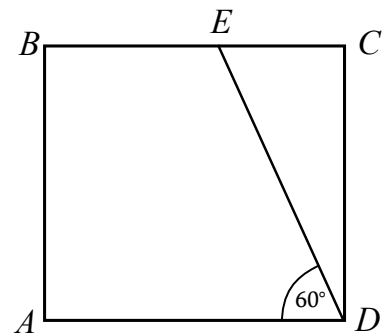
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ა	ა	ბ	ბ	დ	ბ	ა	ბ	ა	ა	ბ	ბ	დ

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
დ	ა	დ	ბ	დ	ა	ბ	ბ	დ	ბ	ბ	ბ	დ

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
დ	ბ	ბ	ბ	ბ	დ	ბ	ბ	დ	ბ	ბ

(3) 38.

$ABCD$ კვადრატის BC გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ $\angle ADE = 60^\circ$. იპოვეთ $ABCD$ კვადრატის ფართობი, თუ ECD სამკუთხედის ფართობი S -ის ტოლია.



ამოხსნა

აღვნიშნოთ $CD = a$. მაშინ $EC = CD \cdot \operatorname{tg} \angle CDE = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $S = S_{CDE} = \frac{1}{2} CD \cdot EC = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$,

$$S_{ABCD} = a^2 = 2S\sqrt{3}$$

პასუხი: $S_{ABED} = 2S\sqrt{3}$.

(3) 39.

b_n გეომეტრიული პროგრესიის წევრები განსაზღვრულია ფორმულით

$b_n = -2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. იპოვეთ ამ პროგრესიის პირველი 10 წევრის ჯამი.

ამოხსნა

$b_1 = -2$, ხოლო პროგრესიის მნიშვნელი ტოლია $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{2}{3}$.

$$S_{10} = \frac{b_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{-2\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right)}{\frac{1}{3}} = -6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right).$$

პასუხი: $-6\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right)$.

(4) 40.

ორმა მორბენალმა წრიული ფორმის სარბენი ბილიკის ერთი და იმავე ადგილიდან ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით მუდმივი სიჩქარეებით ერთდროულად დაიწყო სირბილი და პირველად ერთმანეთს 6 წუთის შემდეგ შეხვდნენ. იმავე სიჩქარეებით სირბილისას პირველი მორბენალი 5 წუთით უფრო ჩქარა შემოუბრუნეს სარბენ ბილიკს, ვიდრე მეორე მორბენალი. რამდენ წუთში შემოუბრუნეს სარბენ ბილიკს პირველი მორბენალი?

ამოხსნა1

ვთქვათ პირველი მორბენალი სარბენ ბილიკს t წუთში შემოუბრუნეს. მაშინ მეორე მორბენალი სარბენ ბილიკს შემოუბრუნეს $t+5$ წუთში. თუ სარბენი ბილიკის სიგრძე L მეტრია, მაშინ პირველი მორბენალის სიჩქარეა $v_1 = \frac{L}{t}$, ხოლო მეორე მორბენლის სიჩქარეა $v_2 = \frac{L}{t+5}$. რადგან მორბენლები ერთმანეთს პირველად 6 წუთის შემდეგ შეხვდნენ, ამიტომ $6(v_1 + v_2) = L$, საიდანაც ვღებულობთ განტოლებას $\frac{6L}{t} + \frac{6L}{t+5} = L$. განტოლების გამარტივება გვაძლევს $t^2 - 7t - 30 = 0$. ამ

განტოლების ამონახსნია $t = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2}$, $t_1 = -3$, $t_2 = 10$. ფესვი $t_1 = -3$ არ შეესაბამება ამოცანის პირობას, ამიტომ, $t = 10$.

პასუხი: 10 წთ.

ამოხსნა 2

ვთქვათ პირველი მორბენალის სიჩქარეა v_1 მ/წთ, ხოლო მეორე მორბენლის - v_2 მ/წთ და ისინი ერთმანეთს 6 წუთის შემდეგ შეხვდნენ, მაშინ $6(v_1 + v_2) = L$, სადაც L - ბილიკის სიგრძეა მეტრებში. პირველი მორბენალი სარბენ ბილიკს შემოუბრუნეს $\frac{L}{v_1}$

წუთში, ხოლო ხოლო მეორე მორბენალი $\frac{L}{v_2}$ წუთში. ამიტომ $L\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right) = 5$. L -ის

ჩასმა პირველი განტოლებიდან გვაძლევს $(v_1 + v_2)\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right) = \frac{5}{6}$, ანუ, $\frac{v_1}{v_2} - \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{6}$, თუ

აღვნიშნავთ $x = \frac{v_1}{v_2}$, მივიღებთ განტოლებას $x - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$. ამ განტოლების ამოხსნა

გვაძლევს: $6x^2 - 5x - 6 = 0$,

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{12} = \frac{5 \pm 13}{12}$. აქედან $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$. თუ პირველი მორბენალი სარბენ ბილიკს t

წუთში, ხოლო მეორე მორბენალი $t + 5$ წუთში შემოუბრუნეს, მაშინ $\frac{t+5}{t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$,

საიდანაც $3t = 2t + 10$, $t = 10$.

პასუხი: 10 წთ.

ამოხსნა 3

ვთქვათ, პირველი მორბენალი სარბენ ბილიკს გაირბენს t წუთში. მაშინ მეორე მორბენალი მას გაირბენს $t+5$ წუთში. შესაბამისად, ერთ წუთში პირველი მორბენალი გაირბენს სარბენი ბილიკის სიგრძის $\frac{1}{t}$ ნაწილს, ხოლო მეორე კი $\frac{1}{t+5}$ ნაწილს. 6 წუთში პირველი მორბენალი გაირბენს სარბენ ბილიკის სიგრძის $\frac{6}{t}$ ნაწილს, ხოლო მეორე კი $\frac{6}{t+5}$ ნაწილს, რადგან ორივე მორბენალმა ერთად 6 წუთში გაირბინეს სარბენი ბილიკი სრულად, ამიტომ სამართლიანია ტოლობა: $\frac{6}{t} + \frac{6}{t+5} = 1$. განტოლების გამარტივების შედეგად, მივიღებთ $t^2 - 7t - 30 = 0$. ამ განტოლების ამონახსნია $t = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2}$, $t_1 = -3$, $t_2 = 10$. ფესვი $t_1 = -3$ არ შეესაბამება ამოცანის პირობას, ამიტომ, $t = 10$.

პასუხი: 10 წთ.

(4) 41.

იპოვეთ a პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც $x^2 \leq a-2$ და $x^2+4x \leq 1-a$ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს აქვს ზუსტად ერთი საერთო ელემენტი.

ამოხსნა 1

პირველ უტოლობას აქვს არაცარიელი ამონახსნთა სიმრავლე მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $a \geq 2$. თუ $a > 2$ პირველი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $[-\sqrt{a-2}; \sqrt{a-2}]$ სეგმენტი, ხოლო თუ $a = 2$, მაშინ უტოლობას აქვს ერთადერთი ამონახსნი $x = 0$.

მეორე უტოლობას აქვს არაცარიელი ამონახსნთა სიმრავლე მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც შესაბამისი კვადრატული ფუნქციის დისკრიმინანტი არაუარყოფითია. ე.ი., როდესაც $4-a+1 \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 5$. ამ დროს მეორე უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა $[-2-\sqrt{5-a}; -2+\sqrt{5-a}]$ სეგმენტი, თუ $a < 5$. თუ $a = 5$, მაშინ უტოლობას აქვს ერთადერთი ამონახსნი $x = -2$.

ამრიგად, ორივე უტოლობას აქვს ამონახსნთა არაცარიელი სიმრავლეები მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $a \in [2; 5]$.

თუ $a = 2$, მეორე უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე არ შეიცავს $x = 0$ წერტილს ($-2 + \sqrt{3} < 0$), ამიტომ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს არ გააჩნიათ საერთო წერტილი.

თუ $a = 5$, პირველი უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე არ შეიცავს $x = -2$ წერტილს ($-2 < -\sqrt{3}$), ამიტომ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს არ გააჩნიათ საერთო წერტილი.

შევნიშნოთ, რომ $-2 - \sqrt{5-a} \neq \sqrt{a-2}$ ყოველი $a \in (2; 5)$ -სთვის.

მაშასადამე, საწყისი უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს ექნებათ ერთადერთი საერთო წერტილი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $-2 + \sqrt{5-a} = -\sqrt{a-2}$.

$$2 = \sqrt{5-a} + \sqrt{a-2} \Leftrightarrow 4 = 5-a+a-2+2\sqrt{-a^2+7a-10} \Leftrightarrow 4(-a^2+7a-10)=1 \Leftrightarrow$$

$$4a^2 - 28a + 41 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{7}{2} - \sqrt{2}; a_2 = \frac{7}{2} + \sqrt{2}.$$

ორივე რიცხვი: $\frac{7}{2} - \sqrt{2}$ და $\frac{7}{2} + \sqrt{2}$ ეკუთვნის $(2; 5)$ ინტერვალს, ამიტომ ორივე რიცხვი აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას.

პასუხი: $a_1 = \frac{7}{2} - \sqrt{2}; a_2 = \frac{7}{2} + \sqrt{2}$.

ამოხსნა 2

შევნიშნოთ, რომ $x^2 \leq a-2$ და $x^2 + 4x \leq 1-a$ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებს აქვს ზუსტად ერთი საერთო ელემენტი შემდეგ შემთხვევებში:

ა) $x^2 \leq a-2$ უტოლობას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, რომელიც არის $x^2 + 4x \leq 1-a$ უტოლობის ამონახსნიც. ამ შემთხვევაში გვექნება $a-2=0 \Rightarrow a=2$. შესაბამისად პირველი უტოლობის ამონახსნია $x=0$, რომელიც არ აკმაყოფილებს მეორე უტოლობას.

ბ) $x^2 + 4x \leq 1-a$ უტოლობას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, რომელიც არის $x^2 \leq a-2$ უტოლობის ამონახსნიც. ამ შემთხვევაში გვექნება $20-4a=0 \Rightarrow a=5$. შესაბამისად პირველი უტოლობის ამონახსნია $x=-2$, რომელიც არ აკმაყოფილებს მეორე უტოლობას.

გ) $x^2 \leq a-2$ და $x^2 + 4x \leq 1-a$ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეებია სეგმენტები, რომლებსაც აქვს ერთადერთი საერთო წერტილი. ეს მოხდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $x^2 = a-2$ და $x^2 + 4x + a - 1 = 0$ განტოლებებს აქვს ერთი საერთო ფესვი, ხოლო დანარჩენი ფესვები საკოორდინატო ღერძზე ამ საერთო ფესვის სხვადასხვა მხარესაა. ვთქვათ საერთო ფესვია x_0 . მაშინ $x_0^2 = a-2$ და $x_0^2 + 4x_0 + a - 1 = 0$, საიდანაც $a-2+4x_0+a-1=0 \Rightarrow x_0 = \frac{3-2a}{4}$. ჩავსვათ მიღებული

პირველ განტოლებაში. გვექნება

$$\left(\frac{3-2a}{4}\right)^2 = a-2 \Rightarrow 4a^2 - 28a + 41 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{7}{2} - \sqrt{2}; a_2 = \frac{7}{2} + \sqrt{2}. \quad \text{შესაბამისად}$$

$x_0 = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ან $x_0 = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. შევნიშნოთ, რომ x_0 -ის ორივე მიღებული მნიშვნელობა -2 ზე მეტი უარყოფითი რიცხვია, ამიტომ $x^2 = a-2$ განტოლების მეორე ფესვი დადებითი იქნება, ხოლო $x^2 + 4x + a - 1 = 0$ განტოლების მეორე ფესვი იქნება $-\frac{4}{2}$ -ზე ნაკლები (ფესვები მდებარეობს წვეროს აბსცისის სხვადასხვა მხარეს) და ამიტომ ნაკლები იქნება x_0 -ზეც.

ამრიგად, როდესაც $a = \frac{7}{2} - \sqrt{2}$ ან $a = \frac{7}{2} + \sqrt{2}$, მაშინ $x^2 + 2 \leq a$ და $x^2 + 4x \leq 1-a$

უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლეები სეგმენტებია, რომლებსაც აქვს ზუსტად ერთი საერთო ელემენტი.

პასუხი: $a = \frac{7}{2} - \sqrt{2}$ ან $a = \frac{7}{2} + \sqrt{2}$.